

## Les carrés magiques

Carré magique d'ordre n : tableau carré de nombres à n lignes et n colonnes dans lequel sont placés  $n^2$  nombres de manière telle que la somme des nombres figurants sur une même ligne, une même colonne ou sur une même diagonale soit constante.

C'est dans le livre de divination chinois, le I-Ching, que l'on trouve trace du plus ancien carré magique. Il serait apparu à l'empereur de jade, Yuhuang Dadi, au travers de la carapace d'une tortue le long du fleuve Lo. Selon la légende, il fallait faire 15 offrandes à cette tortue afin d'éviter aux hommes quantités de désastres.

Il est à noter que ce premier carré, le 'lo-shu', obéit à la loi fondamentale de la philosophie chinoise : le principe du Yin et du Yang. Les nombres impairs représentent le Yang, force associée à l'homme, le chaud ou bien encore le ciel ; les nombres pairs, quant à eux, représentent le yin, énergie associée à la femme, le froid ou la terre.

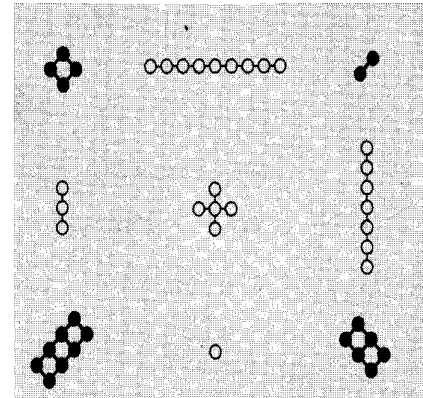
Le lo-shu d'ordre 3 correspond en chiffres arabes au carré suivant :

4	9	2	→ 4 + 9 + 2 = 15
3	5	7	
8	1	6	→ 4 + 5 + 6 = 15

$4 + 3 + 8 = 15 \leftarrow$

On attribua très vite des propriétés mystiques aux carrés magiques, chez les pythagoriciens par exemple, ils étaient associés au soleil, à la lune ou bien encore aux signes zodiacaux. Les égyptiens quant à eux, s'en servait afin d'en imposer aux castes inférieures. Les arabes seront les premiers, au X<sup>ème</sup> siècle, à considérer les carrés magiques non plus comme des talismans mais comme une discipline des mathématiques.

C'est aux alentours du XV<sup>ème</sup> siècle qu'ils débarquent en Europe. Toujours chargés de superstitions, ils sont censés protéger de la lèpre lorsqu'ils sont gravés sur des plaques d'argent.





5. Les carrés suivants sont-ils magiques ?

0	8	16	-24	-32	40	48	-56
-8	0	-8	16	24	-32	-40	48
-16	8	0	8	16	-24	-32	40
24	-16	-8	0	-8	16	24	-32
32	-24	-16	8	0	8	16	-24
-40	32	24	-16	-9	0	-8	16
-48	40	32	-24	-16	8	0	8
56	-48	-40	32	24	-16	-8	0

-49	51	53	-55	-57	59	61	-63
33	-35	-37	39	41	-43	-45	47
17	-19	-21	23	25	-27	-29	31
-1	3	5	-7	-9	11	13	-15
15	-13	-11	9	7	-5	-3	1
-31	29	27	-25	-23	21	19	-17
-47	45	43	-41	-39	37	35	-33
63	-61	-59	57	55	-53	-51	49

6. Vérifier que la carré ci-contre est magique. Enlever ensuite les seize nombres de la bordure extérieure et vérifier que le carré restant est magique.

18	20	21	4	2
3	12	11	16	23
1	17	13	9	25
19	10	15	14	7
24	6	5	22	8

7. Si l'on ajoute aux conditions ordinaires du carré magique la nouvelle condition que le carré reste magique après une permutation des lignes ou des colonnes, on obtient un carré « diabolique ». Autrement dit : si l'on divise ce carré en deux rectangle égaux ou inégaux, par une ligne verticale ou horizontale, le carré doit demeurer magique après l'échange des deux fragments du carré. Vérifier que le carré ci-contre est diabolique.

1	12	7	14
15	6	9	4
10	3	16	5
8	13	2	11

8. Dans cette grille, on ne doit placer que des 1, des 2, des 3, des 4 ou des 5. Sachant que chaque chiffre doit figurer exactement une fois sur chaque ligne, chaque colonne ou chaque diagonale, donner celui présent sur la case centrale ?

3	4			5
2				
				4

9. Un carré est bi-magique ou « satanique » si c'est un carré qui reste magique lorsqu'on élève chacun de ses éléments au carré. Vérifier le caractère satanique du carré ci-contre.

5	31	35	60	57	34	8	30
19	9	53	46	47	56	18	12
16	22	42	39	52	61	27	1
63	37	25	24	3	14	44	50
26	4	64	49	38	43	13	23
41	51	15	2	21	28	62	40
54	48	20	11	10	17	55	45
36	58	6	29	32	7	33	59

10. Un carré magique « apocalyptique » est un carré constitué de nombres premiers et dans lequel la somme commune est 666. Vérifier la nature apocalyptique du carré ci-contre. Attention cependant aux conséquences...

3	107	5	131	109	311
7	331	193	11	83	41
103	53	71	89	151	199
113	61	97	197	167	31
367	13	173	59	17	37
73	101	127	179	139	47

11. Julien est né le 7 mai 1974. Il a placé les nombres correspondant à sa date d'anniversaire dans le carré ci-contre puis il a complété ce carré pour le rendre magique. Procéder comme Julien, avec sa propre date de naissance.

<u>7</u>	-198	<u>5</u>
-64	-62	-60
-129	<u>74</u>	-131

12. Un carré multiplicativement magique d'ordre  $n$  est un tableau carré de nombres à  $n$  lignes et  $n$  colonnes dans lequel sont placés  $n^2$  nombres de manière telle que le produit des nombres figurants sur une même ligne, une même colonne ou sur une même diagonale soit constant.

a. Compléter les carrés multiplicativement magiques suivants.

	1	18
		4
		-3

-5	-8	
	10	
		-20

1/2		1/5
	1/3	
		2/9

		0,01
		1000
10000		100

		$7^2$
	7	
$7^0$		$7^{-2}$

9		
$9^6$		$9^{-2}$
$9^{-1}$		



Gilbert Mazliah - Tentative de carré magique

b. On considère les neuf premières puissances de 2. Les disposer dans un carré multiplicativement magique.

c. On considère les diviseurs de 36. Les disposer dans un carré multiplicativement magique.

d. Véronique est née le 18 juin 1963. Elle a placé les nombres correspondant à sa date d'anniversaire dans le carré ci-contre puis elle a complété ce carré pour le rendre multiplicativement magique. Procéder comme Véronique, avec sa propre date de naissance.

<u>18</u>	$\frac{16}{343}$	<u>6</u>
$\frac{4}{7}$	$\frac{12}{7}$	$\frac{36}{7}$
$\frac{24}{49}$	<u>63</u>	$\frac{8}{49}$

« L'algèbre mode d'emploi », Gérard Charrière, Ed. LEP, 1995  
 « Math 1<sup>er</sup> degré : nombres », coll. Cinq sur Cinq, Ed. Hachette, 2003  
 « Pythagore mathématiques 4<sup>ème</sup> », Bonnefond G., Ed. Hatier, 1988  
 « Oh, encore des nombres ! », Clifford A. Pickover, Ed. Dunod, 2002