|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **4ème Maths** | **Série d'exercices de mathématiques**  Dérivabilité | Lycée El Wafa l'Ariana  Mr Debbich |

**Exercice 1 :**

**I) QCM : Une seule réponse est correcte.**

1) L’approximation affine pour proche de 0 de est :

a) b) c)

2) L’approximation affine de lorsque est :

a) 1 b) c)

3) L’approximation affine de lorsque est :

a) b) c)

4) Pour tout l’approximation affine de lorsque est :

a) b) c)

5) La parabole ci-contre est la courbe représentative d’une fonction polynôme du second degré *f* dans un repère orthogonal.

Parmi les trois représentations graphiques ci-dessous, une courbe ayant pour dérivée la fonction *f*. Laquelle ? (*justifier la réponse*)

**II) Vrai ou Faux.**

Les courbes ci-contre représentent une fonction *f* dérivable sur en trait continu et sa fonction dérivée *f’* en pointillé.

a)

b) La droite est tangente à la courbe de *f* au point d’abscisse 0.

c) Il existe un réel tel que

**Exercice 2 :**

En utilisant la notion de dérivée, déterminer les limites suivantes :

a) b) c)

**Exercice 3:**

Soient *f* et *g* les fonctions définies sur IR par :  si

Etudier la dérivabilité de *f* en 0.

**Exercice 4 :**

Soit la fonction *f* définie sur par :

1) Déterminer la fonction dérivée de *f*.

2) En déduire la fonction dérivée des fonctions :

définie sur

définie sur

**Exercice 5 :**

On a tracé ci-dessous, dans le plan muni d’un repère orthogonal, les courbes *Cf* et *Cg* représentatives de deux fonctions *f* et *g* définies et dérivables dans

La droite *D* est tangente à la courbe *Cf* au point et passe par le point de coordonnées

Par lecture graphique :

a) Déterminer *g’* (-1) et *f’* (-1).

b) Une des deux fonctions est la dérivée de l’autre, déterminez laquelle en justifiant votre choix.

c) Déduire que le point *B* est un point d’inflexion à la courbe *Cf.*

**Exercice 6 :**

Vérifier que pour

**Exercice 7 :**

Soit la fonction définie par :  *(1) = 0* et (

On pose

1) Montrer que *f* est définie, dérivable sur *IR* et calculer

2) Montrer que *f* est une fonction impaire.

3) Montrer que pour tout de *IR+*,

**Exercice 8 :**

Soit *f* une fonction dérivable sur *IR* vérifiant : *f(0) = 0* et

A / 1/ Montrer que *f* est une fonction impaire.

2/ a- Prouver que

b- En étudiant les variations de la fonction *K* définie sur [1, + [ par

Montrer que *f* est majorée sur [1, + [ puis déduire que *f* admet une limite en +

B/ Soit *g* la fonction définie par

1/ a- Etudier les variations de *g*.

b- Déduire que

2 / On pose pour .

a- Montrer que

b- Montrer que pour tout on a

c- Déduire la valeur de puis la valeur de

3/ Construire la courbe *C* de *f* dans un repère orthonormé.

C/ 1/ Montrer que l’équation admet une solution unique

2/ Soit la suite définie sur *IN* par :

et *IN*,

a- Montrer que de *IN* .

b- Montrer que.

c- Déduire que la suite est convergente et déterminer sa limite.

**Exercice 9 :**

Soit  ;

A/ 1/ a- Etudier les variations de *f*.

b- Montrer que l’équation admet dans une unique solution et que

c- Déduire le signe de

2/ Déduire que *f* réalise une bijection de sur un intervalle que l’on précisera.

3/ Construire dans un repère orthonormé les courbes et respectivement de *f* et .

4/ Expliciter

5/ Soit la suite définie sur *IN* par et

a- Montrer que

b- Etudier la monotonie de la suite .

c- Déduire que la suite est convergente et calculer sa limite.

B/ Soit la fonction définie sur par :

1/ a- Vérifier que

b- Montrer que admet une fonction réciproque définie sur *IR*.

c- Montrer que est dérivable sur *IR* et que :

2/ Soit la fonction définie sur *IR\**par :

a- Montrer que est dérivable sur *IR\** et déterminer .

b- Calculer et

En déduire que pour tout et que pour tout

3/ Soient et les suites définies sur *IN\** par :

et

a- Donner la valeur de .

b- En déduire que

c- Montrer que pour tout de ).

En déduire que la suite est convergente et donner sa limite.

**Exercice 10 :**

A / Soit ; .

1/ a- Montrer que *f* est dérivable sur et calculer

b- Montrer que *f* n’est pas dérivable à gauche en .

2/ a- Montrer que *f* réalise une bijection de sur un intervalle que l’on précisera.

b- Construire dans un même repère orthonormé, ) les courbes *C* et *C’* de *f* et .

3/ a- Montrer que *f -1* est dérivable sur *IR\*+* et que ,

on a :

b- Montrer que *f -1* est dérivable en 0 + .

B/ Soit la fonction définie sur *IR+* par :

1/ Montrer que est continue sur *IR+* .

2/ Montrer que est dérivable sur *IR\*+* et que on a :

3/ a- Soit

Montrer que, en utilisant le théorème des accroissements finis qu’il existe un réel

b- En déduire que est dérivable en 0 + .

c- Dresser le tableau de variation de et construire sa courbe représentative.

**Exercice 11 :**

Le plan est orienté à un repère orthonormé, ).

Soit *f* la fonction définie par

1) Etudier les variations de *f* et tracer sa courbe dans le repère

2) a- Montrer que *f* admet une fonction réciproque *g* que l’on déterminera.

b- Tracer la courbe de *g* dans le repère repère

**Exercice 12 :**

Répondre par vrai ou faux, aucune justification n’est demandée.

1) Soit *f* une fonction dérivable sur *IR+* , dont la fonction dérivée est représentée par la courbe ci contre :

a) *f* est strictement croissante sur *IR+* .

b) *Cf*  a un point anguleux au point d’abscisse 1.

c)

d) *Cf a*dmet une tangente verticale au point d’abscisse 1.

e) *f* admet une fonction réciproque .

f) est dérivable sur son domaine.

**Exercice 13 :**

A/ Soit ;

1/ a- Justifier la dérivabilité de *f* sur et exprimer en fonction de

b- Etudier la dérivabilité de *f* à gauche en 2 et interpréter graphiquement le résultat obtenu.

c- Dresser le tableau de variation de *f*, puis construire la courbe *Cf* représentative de *f* dans le repère

2/ a- Montrer que l’équation admet dans une solution unique .

b- Vérifier que .

3/ a- Montrer que *f* réalise une bijection de sur un intervalle que l’on déterminera. On notera .

b- Etudier la dérivabilité de .

c- Construire la courbe dans le même repère .

d- Montrer que pour tout de on a :

B/ On considère la suite définie par :

et  *.*

1/ Montrer que .

2/ Calculer pour puis montrer que pour , .

3/ Montrer que pour tout de

4/ En déduire converge vers un réel que l’on déterminera.

C/ On considère la fonction définie sur

par

1/ Montrer que pour tout de ,

2/ Montrer que réalise une bijection de dans un intervalle que l’on précisera.

On note sa bijection réciproque.

3/ Calculer .

4/ a- Etudier la dérivabilité de sur .

b- Expliciter ()’ en fonction de .