

Le cône



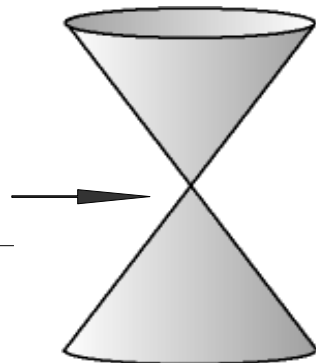
Objectif : représenter dans le plan un objet de l'espace et associer représentations planes et objets de l'espace.

A) Définition

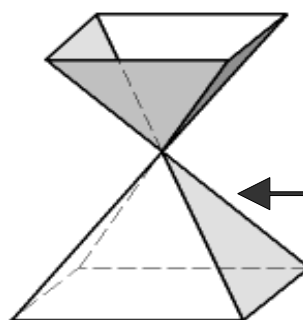
Le cône (qui provient du grec kônos qui signifie pomme de pin) désigne une forme dans l'espace mais a aussi de nombreuses autres sens. C'est aussi un mollusque, une partie de notre rétine, une partie de la moelle épinière, une rivière française, un objet routier, une partie du volcan....

Un cône est une surface définie par :

- ◆ une droite, appelée génératrice ;
- ◆ un point fixe S, appelé sommet ;
- ◆ une courbe, appelée courbe directrice.



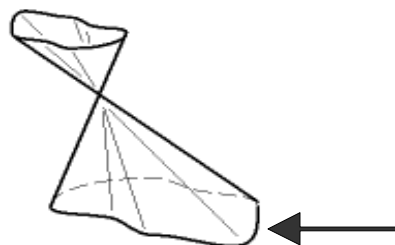
cône de révolution



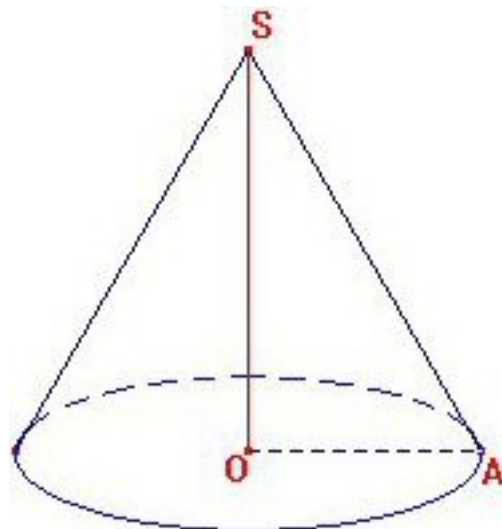
cône pyramidal



cônes quelconques



Etudions de plus près un cas particulier : le cône de révolution. Il est obtenu en faisant tourner un triangle rectangle (le triangle AOS) sur lui-même, le centre étant le sommet de l'angle droit (le point O).



Il possède faces :

Il possède arête

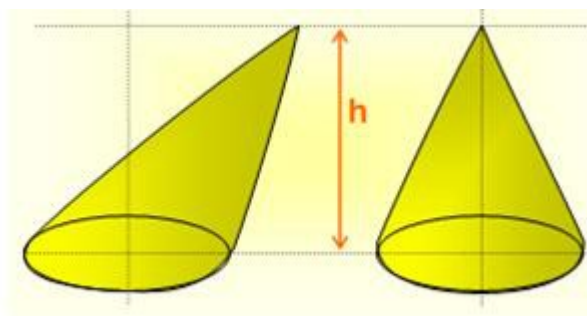
Il possède sommet :

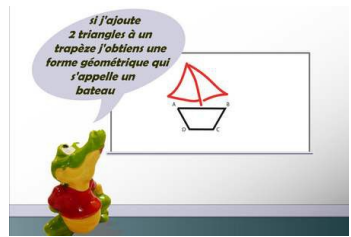
Le cercle est la

$|SO|$ est la

La face non plane est la

Comme pour les prismes, il existe des cônes droits et des cônes obliques.





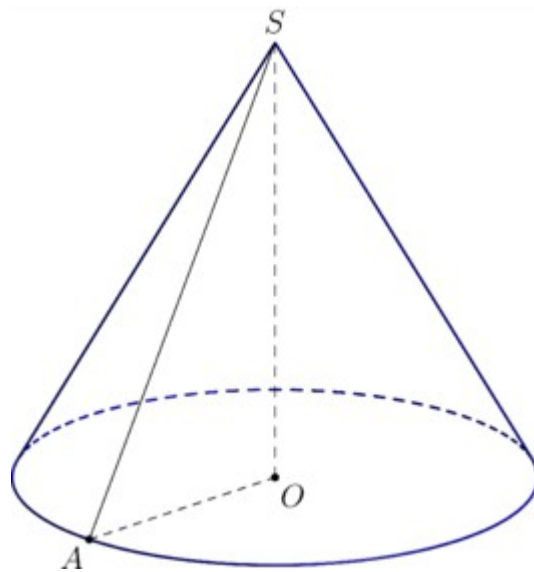
B) Perspective cavalière

Pour rappel, la perspective cavalière permet :

- ✗ de respecter les dimensions des faces frontales ;
- ✗ de respecter le parallélisme des arêtes fuyantes ;
- ✗ mais les longueurs et les angles des arêtes fuyantes ne sont pas respectés ;
- ✗ les arêtes cachées sont tracées en pointillés.

On parle d'angle de fuite et de coefficient de fuite (par lequel on multiplie les dimensions réelles des segments fuyants).

Analysons cette perspective cavalière :



Que doit-on connaître pour tracer cette perspective cavalière ?

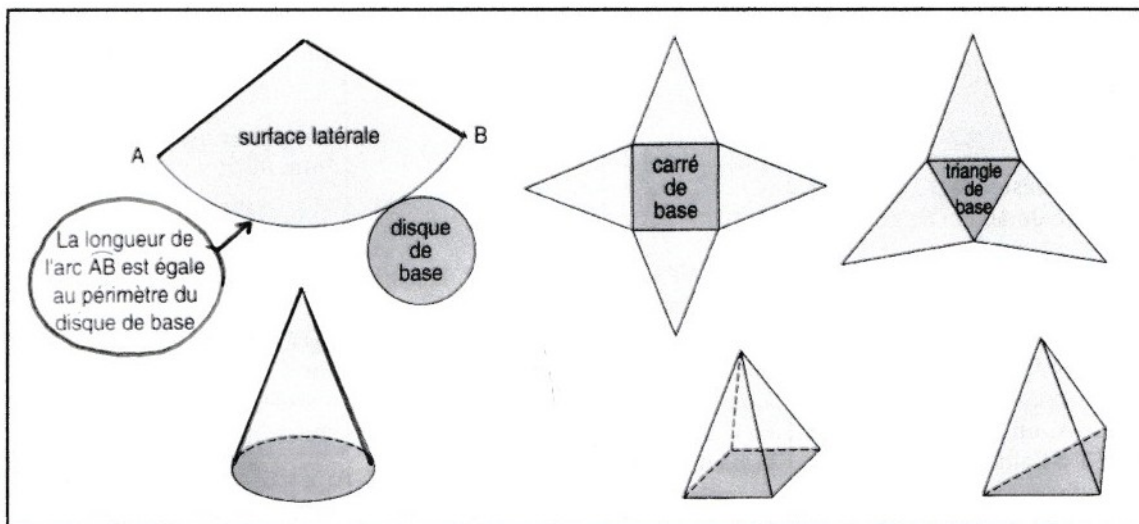
- ◆
- ◆

Que doit-on tracer ?

- ◆
- ◆

C) Développement

Pour rappel, son développement (ou patron) correspond à la mise à plat de la forme qu'il suffira alors de découper et de plier pour reformer le solide.

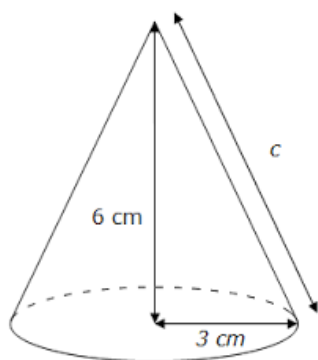


Que doit-on connaître pour tracer le développement d'un cône de révolution :

- ◆ Le rayon ou le diamètre de la base
- ◆ La longueur de la droite génératrice
- ◆

Appliquer

(1) Tracer le développement du cône suivant sachant que la génératrice mesure 6,7cm.



(2) Parmi les développements suivants, lesquels sont des cônes de révolution ?

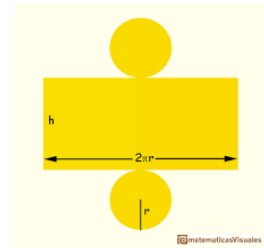
A



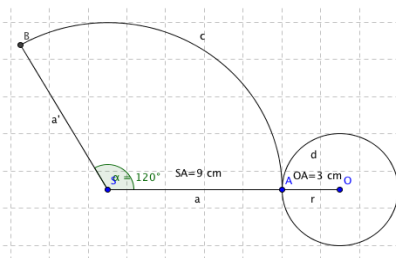
B



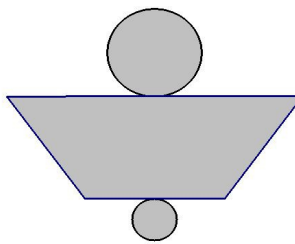
C



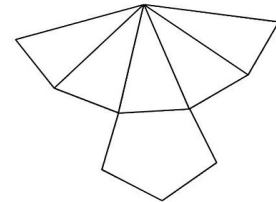
D



E



F



(3) Tracer le développement d'un cône de révolution droit dont la base mesure 8 cm de diamètre et la génératrice, 6 cm.

D) Aire et volume

$$\text{Aire de la face latérale} = \pi \cdot r \cdot g$$

$$\text{Aire de la base} = \pi r^2$$

Un cône de révolution est en quelque sorte une pyramide à base circulaire, il possède donc la même formule.

$$\text{Donc } V_{\text{cône}} = \frac{A_{\text{base}} \cdot h_{\text{prisme}}}{3} \text{ soit } \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

Appliquer

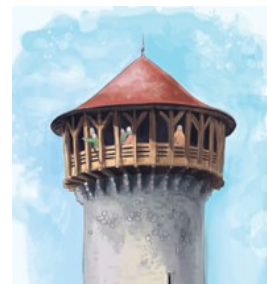
(1) Complète le tableau suivant (attention aux unités imposées) :

Rayon cercle	Hauteur cône	Génératrice	Aire base	Aire face latérale	Aire cône	Volume cône
6 cm	12 cm	13,4 cm				
500 mm	35 cm	610 mm				
0,8 dam	10 m	1,3 dam				
3 cm	45 mm	0,54 dm				
0,04 m	8 cm	89 mm				
3 m	0,9 dam	9,5 m				

E) Transférer

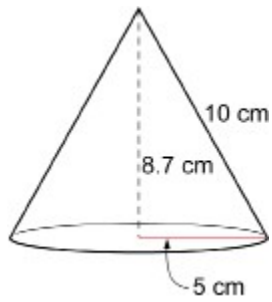
- (1) Une tour ronde est surmontée par un toit conique de 7,60 m de diamètre et 5,10 m de côté.

Combien coûtera la couverture en ardoise de ce toit si son prix est de 65 € /m².



- (2) Quelle est la capacité en cl d'un verre conique qui a 11 cm de profondeur et 8 cm de diamètre à l'ouverture ?

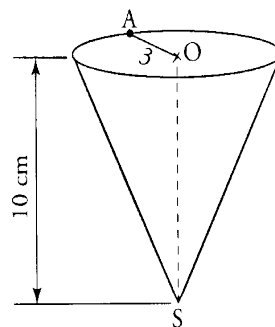
- (3) Une entreprise doit fabriquer 500 bougies en se basant sur le modèle ci-dessous.



Quelle quantité de cire doit-elle commander sachant que la densité de la cire est de $0,9 \text{ g/cm}^3$.

- (4) Un cornet de glace appelé « petit cône » a la forme d'un cône de hauteur $SO = 10 \text{ cm}$, de rayon de disque de base $OA = 3 \text{ cm}$.

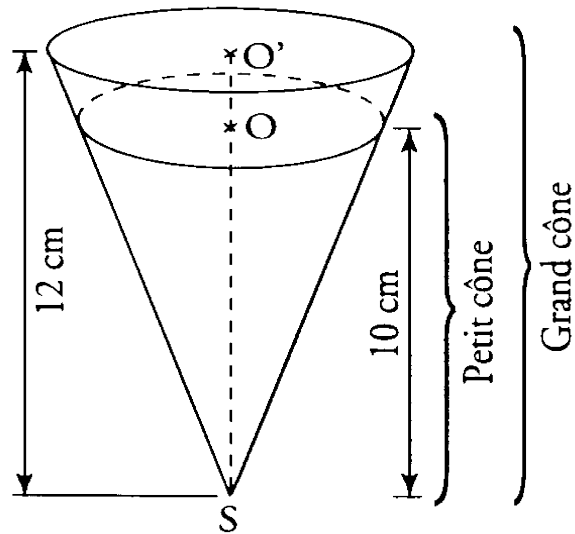
Voici sa représentation :



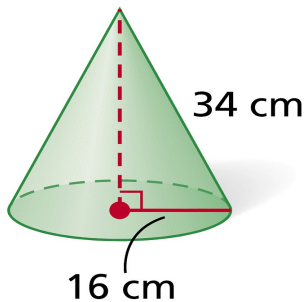
- a) Quel sera le volume de glace contenue dans le petit cône ?



b) Pour l'été, l'entreprise décide de fabriquer des « grands cônes », le rayon d'un grand cône étant de 3,6 cm. Quel sera le volume du grand cône ?



c) Quelle quantité de glace supplémentaire (en cl) a-t-on lorsqu'on achète un « grand cône » plutôt qu'un « petit cône » ?



(5) Vous devez fabriquer la pièce suivante pour une exposition.

La génératrice mesure

37,6 cm.

a) Calculer le volume de cette pièce.

b) Pour éviter un coût trop élevé, vous décidez de fabriquer une pièce vide avec des plaques de cuivre de 0,8 cm d'épaisseur. Quelle sera le poids de la pièce terminée (en g) sachant que la densité du cuivre est de $8,92 \text{ kg/m}^3$.

A connaître :

1. *Le vocabulaire propre à la géométrie.*
2. *Tracer le développement du cône*
3. *L'aire d'une face et le volume du cône.*

Sources utilisées :

- <https://fr.wikipedia.org/wiki/C%C3%B4ne>
- <http://matoumatheux.ac-rennes.fr/dictionnaire/cone.php>
- www4.ac-nancy-metz.fr
- <http://villemin.gerard.free.fr/GeomLAV/Objet3D/Cone.htm>
- www.editions-petiteelisabeth.fr/calculs_aire_volume_cone_de_revolution.php
- <http://warmaths.fr/SCIENCES/unites/VOL%20CAPA/cone2.htm>
- <http://mathadoc.sesamath.net/Documents/college>

Pour les photos :

- www.lapommedepin.com/
- [https://fr.wikipedia.org/wiki/C%C3%B4ne_\(g%C3%A9om%C3%A9trie\)](https://fr.wikipedia.org/wiki/C%C3%B4ne_(g%C3%A9om%C3%A9trie))
- www.jybaudot.fr/Maths/trapeze.html
- <http://asy.marris.fr/asymptote/Solides/figure-index.html>
- www.matematicasvisuales.com/english/html/geometry/planenets/cone.html
- <http://enriquemaths.blogspot.be/2013/03/tema-11-cuerpos-geometricos.html>
- www.ilemaths.net/sujet-patron-d-un-cone-de-revolution-492819.html
- <https://fr.pinterest.com/explore/cono-truncado/?lp=true>
- www.gpps.fr/Guides-du-Patrimoine-des-Pays-de-Savoie
- www.reviser-brevet.fr/maths/annales-corrigees/sujet-zero-2017-corrige/exercice-1/
- <http://moodle2.rockyview.ab.ca/mod/book/tool/print/index.php?id=51522&chapterid=23831>
- <http://casemath.free.fr/ebeps/ebeps/geometri/reductio/espcone/relij97/erelij97.htm>
- <http://jeremyr16.blogspot.be/>
- <http://sclocation.fr/produit/machine-a-glaces-a-litalienne/>

UAA2 : géométrie

Compétences à développer : Représenter dans le plan un objet de l'espace / Associer représentations planes et objets de l'espace

Appliquer :

- Représenter un solide en utilisant des instruments ou des logiciels
- Calculer une aire et le volume d'un solide

Transférer :

- Choisir et utiliser les unités de mesure pertinentes dans une situation contextualisée
- Interpréter, décoder une représentation plane d'un solide
- Associer différentes représentations d'un même objet
- Exploiter les propriétés élémentaires de solides dans une situation contextualisée

Connaître :

- Identifier les unités de mesure pertinentes
- Reconnaître et décrire les caractéristiques de solides en utilisant le vocabulaire propre à la géométrie
- Associer un solide à sa représentation dans le plan et/ou à son développement