

FICHE DE PREPARATION

Etudiant(e)s : Brasseur Céline

Année(s) : 5-6

Cycle(s) 4

Nombre d'Es :18

LE PGCD ET LE PPCM

Matériel :

PGCD

- o 5x24 carrés
- o Feuille d'exercices PGCD
- o Feuille d'aide : fiche nbr premiers
- o Feuille de bloc (synthèse)
- o Feuilles de brouillon
- o Math pratique 5
- o Math pratique 6
- o rectangles de 24x1 12x2 8x3 6x4 → grands

PPCM

- o Feuille d'exercices PPCM
- o Feuille d'aide : fiche nbr premiers
- o Feuille de bloc (synthèse)
- o Feuille ½ → problème SM
- o Math pratique 5
- o Math pratique 6

<u>DISCIPLINES</u>	<u>Sous-champs disciplinaires</u>
<ul style="list-style-type: none">o Formation mathématique	<ul style="list-style-type: none">o Nombres

COMPETENCES :

Transversale(s) :

Démarches mentales : Utiliser l'information : • intégrer l'information à un réseau de concepts déjà fixés ou à un réseau d'informations plus complexe (P.9).

Disciplinaire(s) :

3.1. Les nombres : Dans l'univers des nombres : 3.1.1. Compter, dénombrer, classer - Décomposer des nombres en facteurs premiers (p.26).

SUJET ET CONTEXTE DE LA LEÇON :

Mathématiques : le plus petit commun multiple et le plus grand commun diviseur.

PREREQUIS :

/

OBJECTIF :

En fin d'activité, je souhaiterais que les élèves sachent ou sachent faire : retrouver le PPCM et le PGCD d'au moins deux nombres tant sous forme de calcul que dans le cadre d'un problème et ce, en choisissant la méthode qui leur convient le mieux.

TÂCHE PRINCIPALE :

- Exercices de recherche de PPCM et PGCD

Déroulement de la leçon **PARTIE 1** → Le pgcd

Situation mobilisatrice

Défi par en groupes de 3-4

« Construisez le plus de rectangles possible à l'aide de 24 petits carrés dont vous disposez »
Notez les différents résultats (longueur et largeur) sur une feuille de brouillon.

Etape 1

Rebond sur la mise en situation : 1-2-3-6 → diviseurs communs à 18 et 24.

Quel est LE PLUS GRAND commun diviseur ? **6**

On appelle cela PGCD.

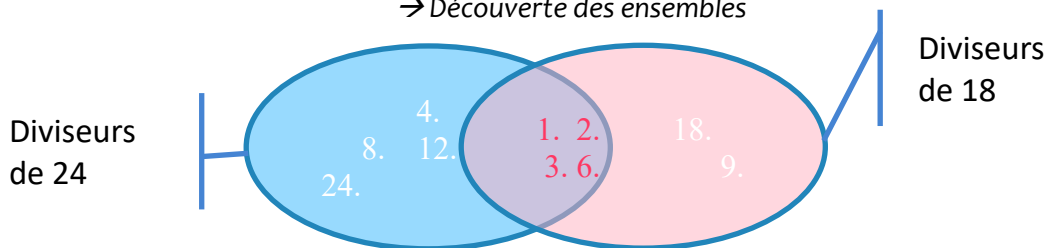
Etape 2

Découverte de la notion et de la recherche de PGCD

24 : {1,2,3,6,8,12,24}

18 : {1,2,3,6,9,18}

→ Découverte des ensembles



Etape 3

Exercices :

→ nouvelle opération identique avec 19 et 15

19 : {1,19}

15 : {1,3,5,15}

19 → nombre premier

Nb 1e : un nombre premier est un nombre qui possède exactement **2 DIVISEURS** : 1 et lui-même et, dans ce cas, 19.

Ex de nbr 1^{er} : 1,3,5,7,11,13,17,19 ...

Math pratique 5-6 → exercices respectifs.

+ Exercices supplémentaires : exercices et dépassement.

Structuration

Réalisation d'une synthèse écrite manuellement

*Notion de PGCD

* Notion de nombre premier

* Démarche de recherche de PGCD

Exercices

Math pratique 5 :

Page 44 – 45

Math pratique 6 :

Page 24

Feuille supplémentaire

Evaluation

Evaluation formative : observation et questionnement des enfants + correction des feuilles.

SITUATION MOBILISATRICE

Introduction de la leçon à travers un défi lancé aux apprenants :

« Par groupe de 3 ou 4, construisez le plus de rectangles possible à l'aide des 24 petits carrés dont vous disposez. Indiquez ensuite le nombre de carrés qu'il y a dans la longueur ainsi que dans la largeur de chaque rectangle ».

24x1 12x2 8x3 6x4

Ensuite, nous procédons à une mise en commun au TN (J'ai les différents rectangles que j'affiche au fur et à mesure afin de faciliter la compréhension).

Nous procédons ensuite au même procédé avec 18 carrés.

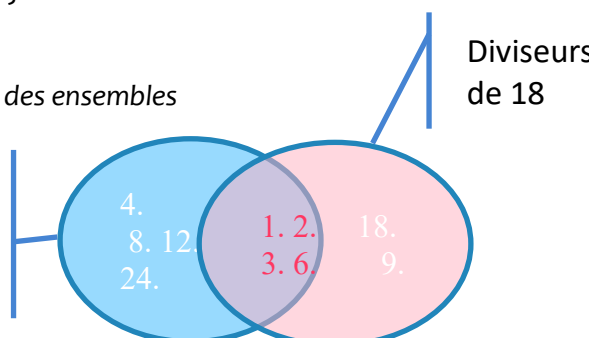
18x1 9x2 6x3

Mise en commun → j'indique sous les premiers résultats obtenus avec 24 ceux obtenus avec 18.

Sur base de ces 2 réalisations, je demande aux enfants de m'indiquer les nombres communs :

1 - 2 - 3 - 6

DEVELOPPEMENT DU NOUVEL APPRENTISSAGE

		DIFFERENCIATION** :
<p>Étape 1 :</p> <p>Timing : 10 min</p>	<p>Pour rebondir sur la mise en situation, nous repartons des nombres 1,2,3 et 6. J'indique aux enfants qu'il s'agit des diviseurs communs à 18 et 24. Je leur demande donc « quel est le plus GRAND COMMUN diviseur ? ». 6 On appelle cela PGCD. Objectif intermédiaire : Définir et/ou rappeler la notion de PGCD.</p>	<p>Pour l'ensemble de la leçon, je veille à mettre les actions en gras et à séparer les différents exercices par une ligne afin d'aider les enfants à comprendre et cibler leur attention. Cela peut également aider certains enfants « dys ».</p>
<p>Étape 2 :</p> <p>Timing : 10 min</p>	<p>Découverte des différentes approches de PGCD :</p> <p>24 : {1,2,3,6,8,12,24} 18 : {1,2,3,6,9,18}</p> <p>→ Découverte des ensembles</p>  <p>Je distribue une feuille aux enfants : celle-ci reprend les éléments indiqués ci-dessus. Objectif intermédiaire: Cibler les différentes représentations des PGCD</p>	<p>Découvrir la matière avant de prendre des notes afin de bénéficier d'une attention optimale.</p>

<p>Étape 3 :</p> <p>Timing : 15 min</p>	<p>Nombre premier Avant de lancer les enfants dans une phase d'exercices, je leur propose de réaliser la même tâche avec 2 autres nombres : 19 et 15. 19 : {1,19} 15 : {1,3,5,15} Constat : le seul diviseur commun est 1. → pourquoi ? Car 19 est un nombre premier. Je demande aux enfants d'essayer de me dire, d'après la décomposition de 19, ce que pourrait être un nombre premier. Sous l'ensemble, nous indiquons la notion de NOMBRE PREMIER : UN NOMBRE PREMIER EST UN NOMBRE QUI POSSEDE EXACTEMENT 2 DIVISEURS : 1 ET LUI-MEME ET, DANS CE CAS, 19. A cela, nous ajoutons quelques exemples de nombres premiers : 2,3,5,7,11,13,17,... <i>!/ 1 n'est pas un nbr 1^{er} car ne possède qu'un diviseur : 1</i> Objectif intermédiaire Intégrer la notion de nombres premiers</p>	<p>Pour aider, je peux donner aux enfants qui en présentent le besoin, une liste de nombres premiers. Si certains sont plus lents, mais ont compris le système, je prévois de leur enlever certains exercices afin qu'ils ne prennent pas de retard sur les autres.</p>
<p>Exercices</p> <p>Timing : 50 minutes</p>	<p>Finalement, avant de découvrir les PGCD, je propose aux enfants des exercices sur feuilles (allant des simples recherches de PGCD aux problèmes en lien avec le PGCD) puis, à la réalisation des exercices dans leur livre « Math pratique 5 ou 6 ». (Voir n° de page dans «déroulement de la leçon »).</p> <p>Correction : TOUT est corrigé par mes soins après une correction d'environ $\frac{3}{4}$ des exercices au TN. Donc, pendant que les enfants réalisent leurs exercices, j'inscris une partie des calculs au TN afin de réaliser une correction collective.</p>	

STRUCTURATION (savoir, savoir-être, savoir-faire)

- Afin de structurer les apprentissages avant de passer à la partie PPCM et de mélanger les exercices de PPCM et PGCD, nous réalisons une synthèse manuscrite. Celle-ci reprend l'ensemble des données découvertes : comment retrouver un PGCD, qu'est-ce qu'un nombre premier, ...

Déroulement de la leçon **PARTIE 2** → Le ppcm

Situation mobilisatrice

Défi individuel

« Nathanaël va courir tous les 4 jours et fait une sortie en famille tous les 7 jours. Aujourd'hui, il est allé courir le matin et, l'après-midi, a accompagné sa famille pour la sortie hebdomadaire. Dans combien de temps sera-t-il de nouveau confronté à cette situation ? »

→ Les élèves reçoivent ce problème sur ½ feuille et doivent indiquer leur réponse ainsi que le procédé utilisé SOUS le problème.

4 : 0 4 8 12 16 20 24 **28** 32 ...
7 : 0 7 14 21 **28** 35 ...

Le commun à ces deux nombres est 28. La prochaine fois = ds 28 j

↓ Etape 1

Découverte des ≠ approches du PPCM

A) Par comptage :

4 : 0 4 8 12 16 20 24 **28** 32 ...
7 : 0 7 14 21 **28** 35 ...

B) Par droite de nombres



C) Par décomposition des nombres en facteurs premiers
En prenant de plus grands nombres, tels que 600 et 144

600	2	144	2
300	2	72	2
150	2	36	2
75	3	18	2
25	5	9	3
5	5	3	3
1		1	

La décomposition en facteurs premiers se fait comme ceci :

- Je divise toujours le nombre par le plus petit nombre premier (rappel des nombres premiers). J'indique le résultat en-dessous puis je recommence jusqu'à l'obtention de 1.

Ensuite, je note ce qui est commun aux 2 décompositions (Le côté qui en possède le plus) ex : 3 apparaît 2x coté 144 donc je le prends 2x et je les multiplie entre eux:

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 = 3600$$

→ Idéal pour les plus grands nombres.

↓ Etape 2

Les élèves reçoivent à présent quelques paires de nombres pour lesquels ils doivent identifier le PPCM. Ils ont le choix de la méthode (en sachant qu'il y a aussi des grands nombres). J'indique ces paires au TN et les enfants viennent répondre. Nous corrigeons oralement puis je reprends les feuilles pour les corriger.

↓
Etape 3

Exercices : distribution d'une feuille d'exercices consistant à utiliser différentes méthodes pour retrouver le PPCM de 2 nombres ainsi que des multiples communs.



Math pratique 5-6 → exercices respectifs.
+ Exercices supplémentaires : exercices et dépassement



Structuration

Réalisation d'une synthèse écrite manuellement

* Notion de PPCM

* Notion de nombre premier

* Démarche de recherche de PPCM



Exercices

Math pratique 5 :

Page 44 – 45

Math pratique 6 :

Page 24

Feuille supplémentaire



Evaluation

Evaluation formative : observation et questionnement des enfants + correction des feuilles.



SITUATION MOBILISATRICE 15 min

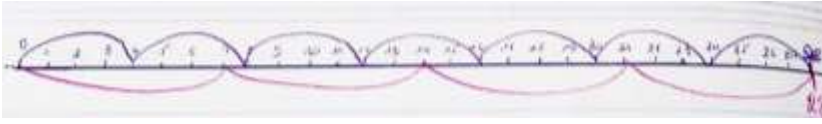
Je propose aux enfants un petit défi/problème à résoudre individuellement.
 « Nathanaël va courir tous les 4 jours et fait une sortie en famille tous les 7 jours. Aujourd’hui, il est allé courir le matin, et l’après-midi, a accompagné sa famille pour la sortie hebdomadaire. Dans combien de temps sera-t-il de nouveau confronté à cette situation ? »

→ Les élèves reçoivent ce problème sur ½ feuille et doivent indiquer leur réponse ainsi que le procédé utilisé SOUS le problème. Ensuite, nous procédons à une correction collective. Il est probable que les enfants aient exploité différentes méthodes : je les indique au TN.

4 : 0 4 8 12 16 20 24 **28** 32 ...
 7 : 0 7 14 21 **28** 35 ...

Le commun à ces deux nombres est 28. La prochaine fois = ds 28 j

DEVELOPPEMENT DU NOUVEL APPRENTISSAGE

		DIFFERENCIATION** :																												
Étape 1 :	<p>Pour rebondir sur la MS, je repars des ≠ méthodes proposées par les enfants pour obtenir la réponse au problème. Nous discutons de la méthode la plus RAPIDE. ⚠ ce n’est pas parce qu’une méthode n’est pas la plus rapide qu’elle n’est pas correcte. Suite à cela, je leur propose différentes méthodes de recherche de PPCM :</p> <p style="text-align: center;">Découverte des ≠ approches du PPCM</p> <p>A) Par comptage : 4 : 0 4 8 12 16 20 24 28 32 ... 7 : 0 7 14 21 28 35 ...</p> <p>B) Par recherche sur la droite de nombres</p>  <p>C) Par décomposition des nombres en facteurs premiers En prenant de plus grands nombres, tels que 400 et 144</p> <table style="margin-left: 20px;"> <tr><td>400</td><td>2</td><td>144</td><td>2</td></tr> <tr><td>200</td><td>2</td><td>72</td><td>2</td></tr> <tr><td>100</td><td>2</td><td>36</td><td>2</td></tr> <tr><td>50</td><td>2</td><td>18</td><td>2</td></tr> <tr><td>25</td><td>5</td><td>9</td><td>3</td></tr> <tr><td>5</td><td>5</td><td>3</td><td>3</td></tr> <tr><td>1</td><td></td><td>1</td><td></td></tr> </table> <p>La décomposition en facteurs premiers se fait comme ceci : - Je divise toujours le nombre par le plus petit nombre premier (rappel des nombres premiers). J’indique le résultat en-dessous puis je recommence jusqu’à l’obtention de 1. Ensuite, je note ce qui est commun aux 2 décompositions et je les multiplie les facteurs communs par les facteurs non-communs: $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 3 \times 3 = 3600$ → Idéal pour les plus grands nombres.</p>	400	2	144	2	200	2	72	2	100	2	36	2	50	2	18	2	25	5	9	3	5	5	3	3	1		1		<p>Pour l’ensemble de la leçon, je veille à mettre les actions en gras et à séparer les différents exercices par une ligne afin d’aider les enfants à comprendre et cibler leur attention. Cela peut également aider certains enfants « dys ».</p>
400	2	144	2																											
200	2	72	2																											
100	2	36	2																											
50	2	18	2																											
25	5	9	3																											
5	5	3	3																											
1		1																												
Timing : 30 min																														
Étape 2 :	<p>Les élèves reçoivent à présent quelques paires de nombres pour lesquelles ils doivent identifier le PPCM. Ils ont le choix de la méthode (en sachant qu’il y a aussi des grands nombres).</p>																													
Timing :																														

15 min	J'indique ces paires au TN et les enfants viennent répondre. Nous corrigeons oralement puis, je reprends les feuilles pour les corriger.	
Étape 3 : Timing : 50 min	Exercices : distribution d'une feuille d'exercices consistant à utiliser différentes méthodes pour retrouver le PPCM de 2 nombres ainsi que des multiples communs. L'objectif ici est de laisser les apprenants tester les ≠ méthodes et vérifier leur compréhension. Au terme de ces exercices, les apprenants entrent dans une phase d'exercices dans leur Math pratique.	Pour aider, je peux donner aux enfants qui en présentent le besoin, une liste de nombres premiers : cela évite de passer du temps à se souvenir de ceux-ci et permet aux apprenants de se concentrer entièrement sur leur travail. Si certains sont plus lents mais ont compris le système, je prévois de leur enlever certains exercices afin qu'ils ne prennent pas de retard sur les autres.

STRUCTURATION (savoir, savoir-être, savoir-faire)

- Afin de structurer les apprentissages avant de mélanger les exercices de PPCM et PGCD, nous réalisons une synthèse manuscrite. Celle-ci reprend l'ensemble des données découvertes : comment retrouver le PPCM d'au moins deux nombres selon les ≠ méthodes.

Etape 4 :

Exercices mélangeant PPCM et PGCD

EVALUATION :

Evaluation formative : observation et questionnement des enfants + correction des feuilles.

CONTINUITÉ DES APPRENTISSAGES

Réalisation de problèmes englobant le PPCM et le PGCD et réduction de fractions.

SOURCES : (livres, Internet, cours ...)

Berlémont. (A.). 2013. *Math pratique 5*. Plantyn.
 Berlémont. (A.). 2013. *Math pratique 6*. Plantyn.
 Fédération Wallonie-Bruxelles – Enseignement et recherche scientifique, *Socles de compétences*, 2013, Bruxelles
 Gauthiez. (J.-M.), Roegiers. (X.) & Malache. (B.). 2004. *Réseau mathématique – manuel 5*. Bruxelles : de boeck.
 Gennart. (H.). 2017. *S'entraîner en mathématiques*. Bruxelles : Erasme.
 Lebevre. (J.-C.), Roegiers. (X.) & Villeret. (Y.). 2003. *Réseau mathématique – manuel 6b*. Bruxelles : de boeck.
 Roegiers. (X.). 2014. *Les mathématiques à l'école primaire – Tome 1 : nombres, opération et numération*, Louvain-la-Neuve : de boeck
 Roegiers. 2015. *Leximath*. De boeck.
 Roiseux. (M.). 2007. *A la conquête des maths : nombre cycle 10-12*. Belgique : gai savoir.

Prénom :

.....

Date :

DEFI

« Nathanaël va courir tous les 4 jours et fait une sortie en famille tous les 7 jours. Aujourd'hui, il est allé courir le matin et, l'après-midi, a accompagné sa famille pour la sortie hebdomadaire. Dans combien de temps sera-t-il de nouveau confronté à cette situation ? »

Mon raisonnement :

Ma réponse :

Prénom :

Date :

DEFI

« Nathanaël va courir tous les 4 jours et fait une sortie en famille tous les 7 jours. Aujourd'hui, il est allé courir le matin et, l'après-midi, a accompagné sa famille pour la sortie hebdomadaire. Dans combien de temps sera-t-il de nouveau confronté à cette situation ? »

Mon raisonnement :

Ma réponse :

Ma liste des nombres premiers inférieurs à 100 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 et 97.	Ma liste des nombres premiers inférieurs à 100 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 et 97.
Ma liste des nombres premiers inférieurs à 100	Ma liste des nombres premiers inférieurs à 100

<p>Ma liste des nombres premiers inférieurs à 100</p> <p>2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 et 97.</p>	<p>Ma liste des nombres premiers inférieurs à 100</p> <p>2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 et 97.</p>
<p>Ma liste des nombres premiers inférieurs à 100</p> <p>2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 et 97.</p>	<p>Ma liste des nombres premiers inférieurs à 100</p> <p>2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 et 97.</p>
<p>Ma liste des nombres premiers inférieurs à 100</p> <p>2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 et 97.</p>	<p>Ma liste des nombres premiers inférieurs à 100</p> <p>2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 et 97.</p>

Exercices : le ppcm

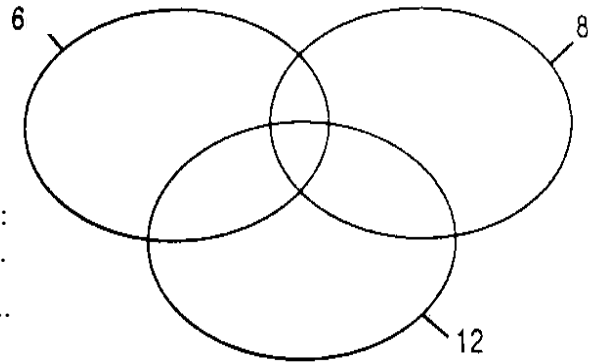
1. **Recherche** les multiples de 6, 8 et $12 \leq 60$. Place-les ensuite dans les ensembles.

Hachure les parties vides.

Multiples de 6 :

Multiples de 8 :

Multiples de 12 :



Vérifie ta réponse avec la méthode du comptage :

6 :

8 :

12 :

Entoure en ROUGE les multiples communs de ces trois nombres et en VERT le PPCM.

2. Devinette : **retrouve** le nombre masqué



Nous sommes deux multiples de 5 qui se suivent. Moi, le plus petit, je suis aussi le premier commun multiple de 3 et 5.

Qui suis-je ?

Qui est le second nombre ?

.....

Nous sommes trois multiples de 6 qui nous suivons. Nous sommes les plus proches de 70 et je suis le plus grand.

Qui suis-je ?



3. **Cherche** le PPCM de ces différents nombres

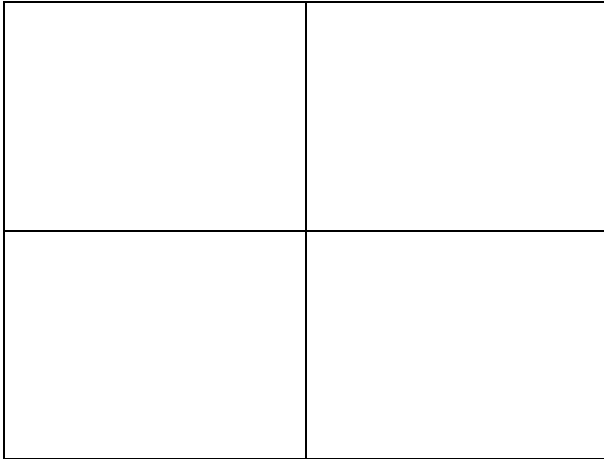
56	132	204
----	-----	-----

Notre PPCM est

4. On dispose de pièces de verre rectangulaires de dimensions identiques (30 mm sur 40 mm) mais de couleurs différentes.

On veut *assembler ces pièces* en les disposant toutes de la même manière afin d'obtenir un vitrail carré le plus petit possible.

Achève ci-dessous la représentation de ce vitrail.



Ecris les premiers multiples de :

30 > à 450 :

40 > à 450 :

Ci-dessus, **entoure** en rouge les multiples communs de 30 et de 40.

Le vitrail est un carré de mm de côté ; ce nombre est le de 30 et 40.

5. **Retrouve** le PPCM de ces nombres.

342 et 36

342

36

360 et 378

360

378

PPCM de 342 et 36 =

.....

PPCM de 360 et 378 =

.....

6. Des savons en forme de « parallépipède rectangle » ont les dimensions suivantes : 36mm ; 5,4cm et 0,72dm

On veut les emballer sans perdre de la place dans une caisse cubique la plus petite possible.

Indique la dimension de ces caisses ?

Combien de savons y seront contenus ?



Exercices : le pgcd

1. **Cherche** le PGCD de ces nombres.

60, 48 et 160

60 =

48 =

160 =

PGCD de 60, 48 et 160 =

.....

110, 77 et 121

110 =

77 =

121 =

PGCD de 110, 77 et 121 =

.....

40 et 54

40 =

54 =

PGCD de 40 et 54 =

.....

225, 75 et 525

225 =

75 =

525 =

PGCD de 225, 75 et 525 =

.....

98 et 86

98 =

86 =

PGCD de 89 et 86 =

.....

35 =

42 =

PGCD de 35 et 42 =

.....

Dépassement

1. **Recherche** le côté du plus grand carré qui quadrille une feuille de papier rectangulaire de 60cm de long et de 45cm de large.
Combien de carrés obtiendras-tu ?

-
2. Un boulanger confectionne de la pizza sur une grande plaque rectangulaire de 99cm sur 55 cm. Pour la vente de parts individuelles, il doit découper la pizza en carrés dont les dimensions sont des nombres entiers de cm. **Combien** de parts peut-il découper sans perte ?

3. **Détermine** le PPCM des nombres suivants.

342 et 36

342

36

360 et 378

360

378

PPCM de 342 et 36 =

.....

PPCM de 360 et 378 =

.....

48 et 144

343

36

12 et 35

12

35

PPCM de 48 et 144 =

.....

PPCM de 12 et 35 =

.....

Correctif

« Nathanaël va courir tous les 4 jours et fait une sortie en famille tous les 7 jours. Aujourd'hui, il est allé courir le matin et, l'après-midi, a accompagné sa famille pour la sortie hebdomadaire. Dans combien de temps sera-t-il de nouveau confronté à cette situation ? »

Mon raisonnement :

4 : 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28

7 : 7, 14, 21, 28

Ma réponse :

Nathanaël rencontrera une nouvelle fois cette situation dans 28 jours.

Correctif exercices : le ppcm

7. **Recherche** les multiples de 6, 8 et $12 \leq 60$. Place-les ensuite dans les ensembles.

Hachure les parties vides.

Multiples de 6 : 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60

Multiples de 8 : 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56

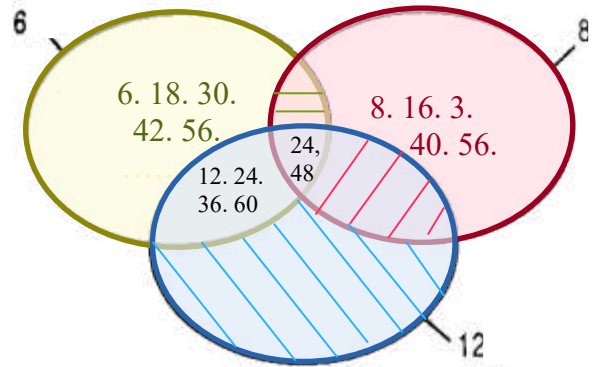
Multiples de 12 : 12, 24, 36, 48, 60

Vérifie ta réponse avec la méthode du comptage :

6 : 6, 12, 18, **24**, 30, 36, 42, **48**, 54

8 : 8, 16, **24**, 32, 40, **48**, 56

12 : 12, **24**, 36, **48**



Entoure en ROUGE les multiples communs de ces trois nombres et en VERT le PPCM.

8. Devinette : **retrouve** le nombre masqué



Nous sommes deux multiples de 5 qui se suivent. Moi, le plus petit, je suis aussi le premier commun multiple de 3 et 5.

Qui suis-je ? **15**

Qui est le second nombre ?

20

Nous sommes trois multiples de 6 qui nous suivons. Nous sommes les plus proches de 70 et je suis le plus grand.

Qui suis-je ? **66**



9. **Cherche** le PPCM de ces différents nombres

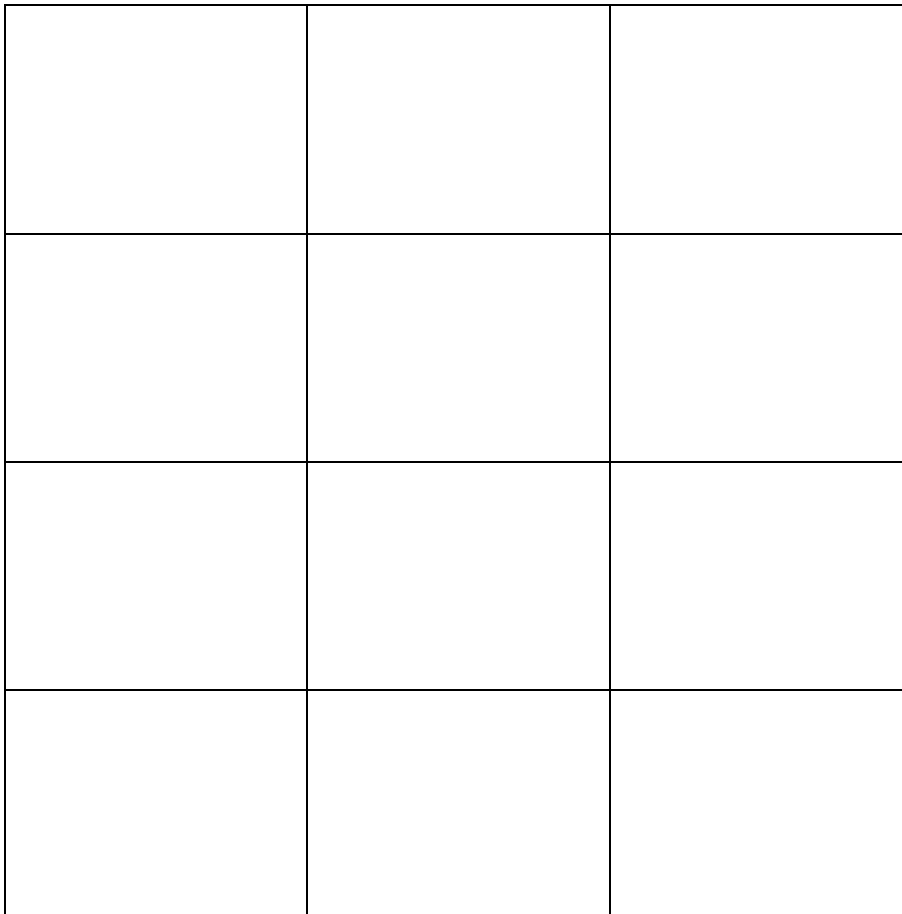
56	2	132	2	204	2
28	2	66	2	102	2
14	2	33	3	51	3
7	7	11	11	17	17
1		1		1	

Notre PPCM est $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 11 \times 17 = 31\,416$

10. On dispose de pièces de verre rectangulaires de dimensions identiques (30 mm sur 40 mm) mais de couleurs différentes.

On veut *assembler ces pièces* en les disposant toutes de la même manière afin d'obtenir un vitrail carré le plus petit possible.

Achève ci-dessous la représentation de ce vitrail.



Ecris les premiers multiples de :

30 > à 450 : 30, 60, 90, **120**, 150, 180, 210, **240**, 270, 300, 330, **360**, 390, 420, 450

40 > à 450 : 40, 80, **120**, 160, 200, **240**, 280, 320, **360**, 400, 440

Ci-dessus, **entoure** en rouge les multiples communs de 30 et de 40.

Le vitrail est un carré de **120 mm** de côté ; ce nombre est le **plus petit commun multiple** de 30 et 40.

11. **Retrouve** le PPCM de ces nombres.

342 et 36

342	2
171	3
57	3
19	19
1	

36	2
18	2
9	3
3	3
1	

360 et 378

360	2
180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

378	2
189	3
63	3
21	3
7	7
1	

PPCM de 342 et 36 =

2x2x3x3x19= 684

PPCM de 360 et 378 =

2x2x2x3x3x3x5x7= 7560

12. Des savons en forme de « parallélépipède rectangle » ont les dimensions suivantes : 36mm ; 5,4cm et 0,72dm

On veut les emballer sans perdre de la place dans une caisse cubique la plus petite possible.

Indique la dimension de ces caisses ?

Combien de savons y seront contenus ?

Multiples de 36 : 36, 72, 108, 216

Multiples de 54 : 54, 108, 162, 216

Multiples de 72 : 72, 216

Le commun est 216mm

La dimension de la caisse est de 21,6 cm de profondeur sur 21,6 cm de largeur sur 216 cm de hauteur.

Volume du cube : $21,6 \times 21,6 \times 216 = 10\,077,696 \text{ cm}^3$

Volume d'un savon : $7,2 \times 5,4 \times 3,6 = 139,968 \text{ cm}^3$

Combien de savons puis-je mettre dans la boîte ? $10\,077,696 : 139,968 = 72$

Je peux mettre 72 savons dans la boîte cubique.

36	2	54	2	72	2
18	2	27	3	36	2
9	3	9	3	18	2
3	3	3	3	9	3
1		1		3	3
				1	

$2^2 \times 3^2$ 2×3^3 $2^3 \times 3^2$
 $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 216$

Correctif des exercices : le pgcd

Exercices : le pgcd

1. **Cherche** le PGCD de ces nombres.

60, 48 et 160

225, 75 et 525

$$60 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$$

$$225 = \{1, 3, 5, 9, 15, 25, 45, 75, 225\}$$

$$48 = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\}$$

$$75 = \{1, 3, 5, 15, 25, 75\}$$

$$160 = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 32, 40, 80, 160\}$$

$$525 = \{1, 3, 5, 7, 15, 21, 25, 35, 75, 105, 175, 525\}$$

$$\text{PGCD de } 60, 48 \text{ et } 160 = 4$$

$$\text{PGCD de } 225, 75 \text{ et } 525 = 75.$$

110, 77 et 121

98 et 86

$$110 = \{1, 2, 5, 10, 11, 22, 55, 110\}$$

$$98 = \{1, 2, 7, 14, 49, 98\}$$

$$77 = \{1, 7, 11, 77\}$$

$$86 = \{1, 2, 43, 86\}$$

$$121 = \{1, 11, 121\}$$

$$\text{PGCD de } 110, 77 \text{ et } 121 = 11$$

$$\text{PGCD de } 98 \text{ et } 86 = 2$$

40 et 54

$$40 = \{1, 2, 4, 5, 6, 10, 20, 40\}$$

$$35 = \{1, 5, 7, 42\}$$

$$54 = \{1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54\}$$

$$42 = \{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\}$$

$$\text{PGCD de } 40 \text{ et } 54 = 6$$

$$\text{PGCD de } 35 \text{ et } 42 = 7$$

Dépassement

1. **Recherche** le côté du plus grand carré qui quadrille une feuille de papier rectangulaire de 60cm de long et de 45cm de large.

Combien de carrés obtiendras-tu ?

60 : {1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 15, 20, 30, 60}

45 : {1, 3, 5, 9, 15, 45}

Le plus grand côté est de 15 cm.

$$45 : 15 = 3$$

$$60 : 15 = 4$$

$$3 \times 4 = 12$$

Je peux placer 12 carrés sur ma feuille.

-
2. Un boulanger confectionne de la pizza sur une grande plaque rectangulaire de 99cm sur 55 cm. Pour la vente de parts individuelles, il doit découper la pizza en carrés dont les dimensions sont des nombres entiers de cm. **Combien** de parts peut-il découper, sans perte ?

99 : {1, 3, 9, 11, 33, 99}

55 : {1, 5, 11, 55}

Il peut diviser sa pizza en parts de 11/11 cm.

$$99 : 11 = 9$$

$$55 : 11 = 5$$

$$5 \times 9 = 45$$

Je peux couper ma pizza en 45 carrés.

3. **Détermine** le PPCM des nombres suivants.

342 et 36

342

36

PPCM de 342 et 36 =
 $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 19 = 684$

360 et 378

360

378

PPCM de 360 et 378 =
 $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 = 7560$

48 et 144

48

144

PPCM de 48 et 144 =
 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 144$

12 et 35

12

35

PPCM de 12 et 35 =
 $2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420$

Le plus grand commun diviseur (PGCD)

« Par groupe de 3 ou 4, construisez le plus de rectangles possible à l'aide des 24 petits carrés dont vous disposez. Indiquez ensuite le nombre de carrés qu'il y a dans la longueur ainsi que dans la largeur de chaque rectangle ».

24x1 12x2 8x3 6x4

« Par groupe de 3 ou 4, construisez le plus de rectangles possible à l'aide de 18 petits carrés. Indiquez ensuite le nombre de carrés qu'il y a dans la longueur ainsi que dans la largeur de chaque rectangle ».

18x1 9x2 6x3

Les résultats communs sont :

1 - 2 - 3 - 6

Lequel des nombres communs est le plus grand ?

Ce nombre s'appelle le Plus Grand Commun Diviseur. On l'appelle comme cela, car c'est le plus grand nombre qui divise 18 et 24.

Comment rechercher le PGCD de deux nombres?

Pour trouver un PGCD, on recherche tous les diviseurs de chaque nombre. Ensuite, on regarde lesquels sont **communs** puis, on retrouve le **plus grand**.

Exemple :

18 : { ..., ..., ..., ..., ..., ... }

24 : { ..., ..., ..., ..., ..., ..., ..., ... }

Commun(s) :

Le PGCD de 18 et 24 :

Retrouvons maintenant le PGCD de 15 et 19.

15 :

19 :

Commun(s) :

Le PGCD de 15 et 29 :

Evaluation : Le PPCM et le PGCD

/37,5 → /20

1. **Définis** les nombre premier et **donne** 3 exemples:

/2

.....
.....
.....

2. **Cherche** le PGCD de ces nombres.

/8,5

96, 54 et 72

96 =

53 =

72 =

PGCD de 96, 53 et 72 =

.....

53 et 12

53 =

12 =

PGCD de 53 et 12 =

.....

64 et 14

64 =

14 =

PGCD de 64 et 14 =

.....

18 et 86

18 =

86 =

PGCD de 89 et 86 =

.....

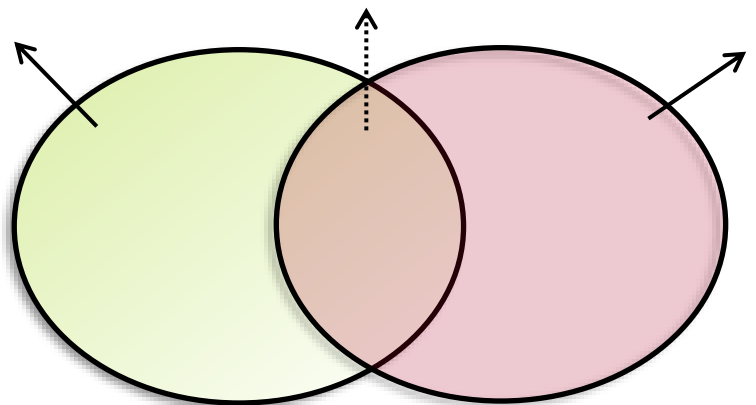
3. **Décompose** ces nombres puis **cherche** leur PGCD et **complète** les ensembles. /4

112 et 28

112 : {

28 : {

PGCD :



4. **Recherche** les diviseurs de ces nombres :

/3

45 :

26 :

52 :

60 :

Retrouve le PGCD de 45 et 26 :

.....

5. Vrai ou faux – **Donne la bonne réponse** quand c'est faux : /4

	Vrai	Faux	Bonne réponse
Le PGCD de 26 et 52 est 2 car ils appartiennent tous les 2 à la table de 2.			
Le PGCD de 45 et 52 est 9.			
15 est le PGCD de 45 et 60.			
Le PGCD de 26 et 52 est le même que celui de 26 et 60.			

6. **Cherche** le PPCM de ces nombres : /5

Recherche les multiples de 3, 5 et $9 \leq 50$ avec la méthode du comptage. Place-les ensuite dans les ensembles.

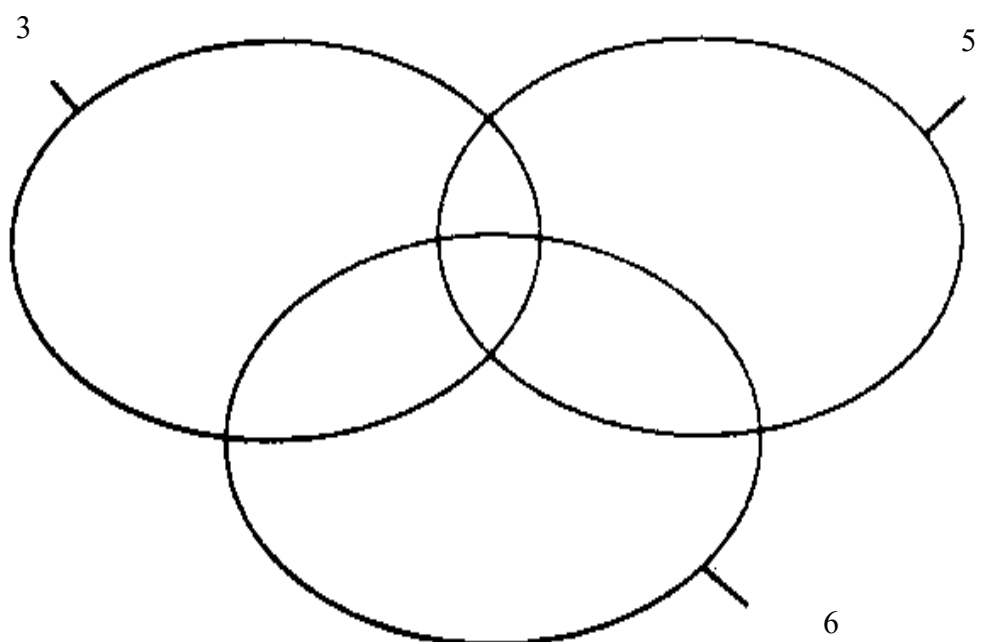
Hachure les parties vides.

Multiples de 3 :

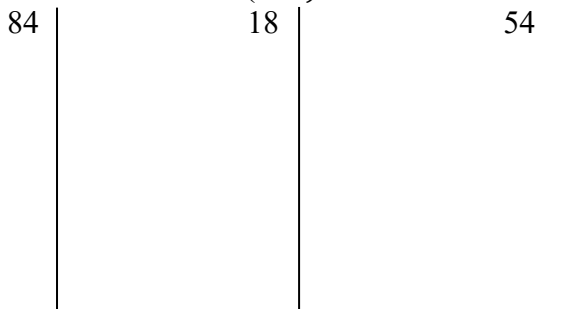
Multiples de 5 :

Multiples de 6 :

PPCM ($\neq 0$):



7. **Cherche** le PPCM ($\neq 0$) de ces différents nombres /4



Notre PPCM ($\neq 0$) est

8. **Retrouve** le PPCM ($\neq 0$) de ces nombres

/4

5 : }
7 : } PPCM de 5 et 7 :
4 : }
9 : } PPCM de 4 et 9 :

9. **Résous** ce problème :

/3

Charlotte et Tom font de la course à pied sur une piste d'athlétisme de 500m. Sachant que Charlotte fait 1 tour en 3 minutes et tom un tour en 4 minutes, au bout de combien de temps Charlotte le dépassera-t-il ?

Calcul :

Réponse :