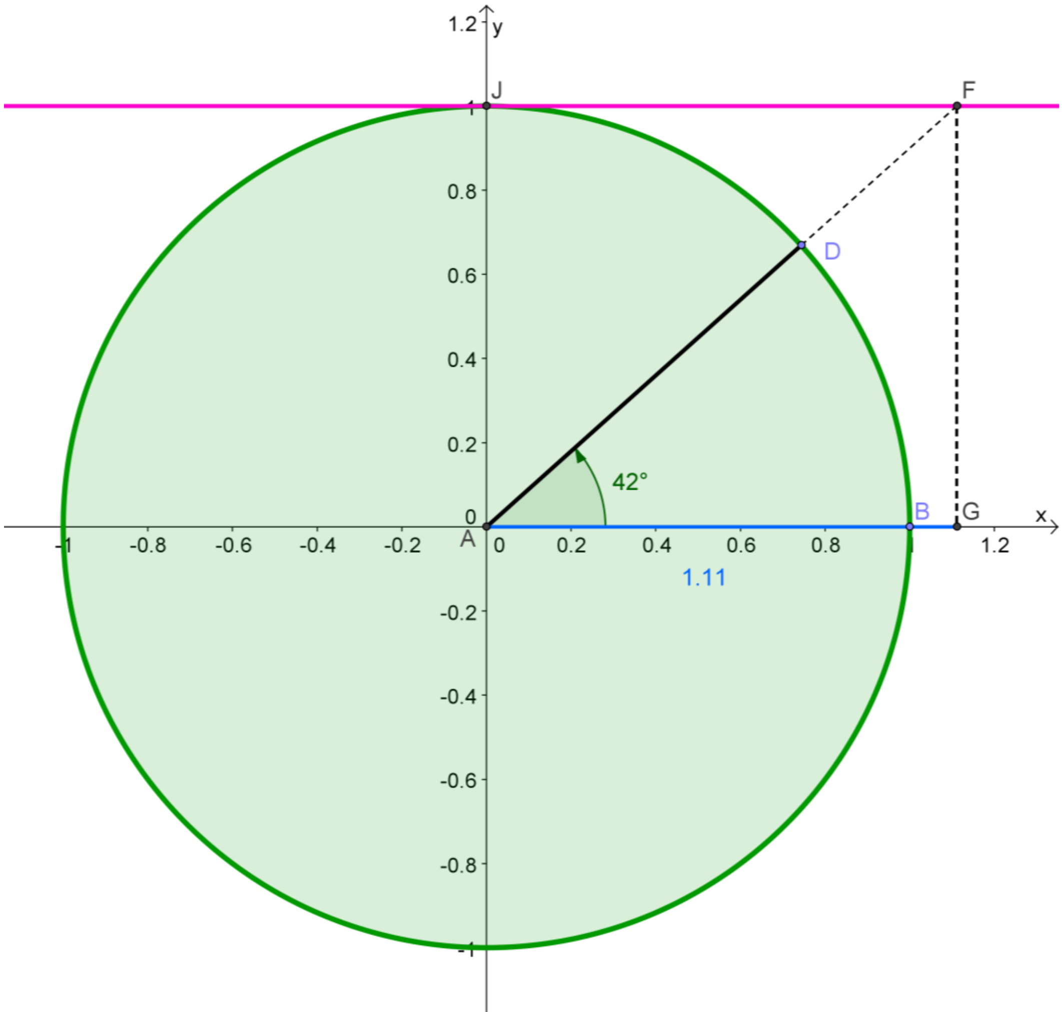
NOMBRES TRIGONOMÉTRIQUE : LA COTANGENTE

Mise à jour : 31/01/13

Terminons donc par ce quatrième nombre trigonométrique : la cotangente. De la même façon qu'il y a un lien entre le sinus et la tangente d'un angle (il faut effectuer une projection orthogonale sur l'axe des ordonnées), il existe un lien entre le cosinus et la cotangente : il faut effectuer une projection orthogonale sur l'axe des abscisses.

La cotangente d'un angle α est un nombre réel. Tout comme la tangente, ses valeurs ne sont pas limitées et balaient l'ensemble de tous les nombres réels.

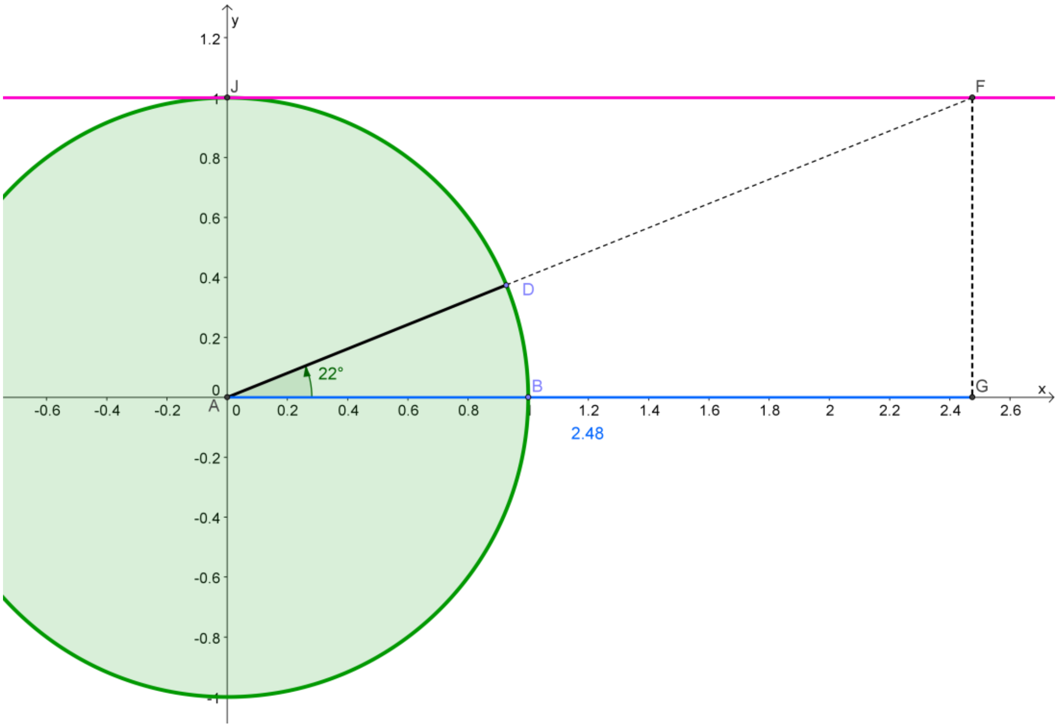
Retrouvons une dernière fois notre angle de 42° caractérisé par la présence du point D. Pour déterminer la cotangente de 42°, tu vas tracer **une parallèle à l'axe des abscisses passant par le point J (0,1).** Ensuite, au lieu de projeter directement le point D sur l'axe des ordonnées, tu vas d'abord prolonger le segment [AD] jusqu'au moment où il croise la **parallèle que tu as tracée**. Appelons ce point d'intersection F. Maintenant, comme pour le cosinus, tu vas projeter orthogonalement ce point F sur l'axe des ordonnées. Tu détermines ainsi le point G. **L'abscisse de ce point, c'est la cotangente de l'angle !**



La cotangente de 42° est égal à 1,11 parce que l'abscisse du point G est 1,11

Comme pour la tangente, considérons quelques situations particulières pour bien comprendre les choses.

Soit un angle du 1er quadrant, par exemple 22°. La « procédure » expliquée ci-dessus, te permet facilement de construire le point G dont l'abscisse est 2,48. Tu en conclus donc que cotan 22° = 2,48.

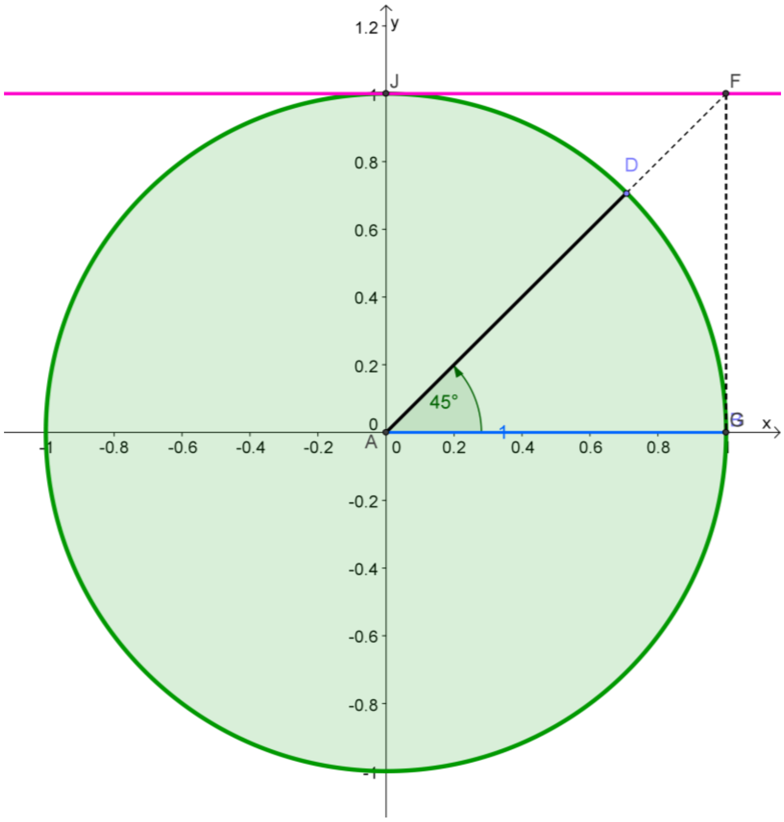


Comme tu peux t'en rendre compte, plus l'angle est « petit », plus la cotangente est « grande ».

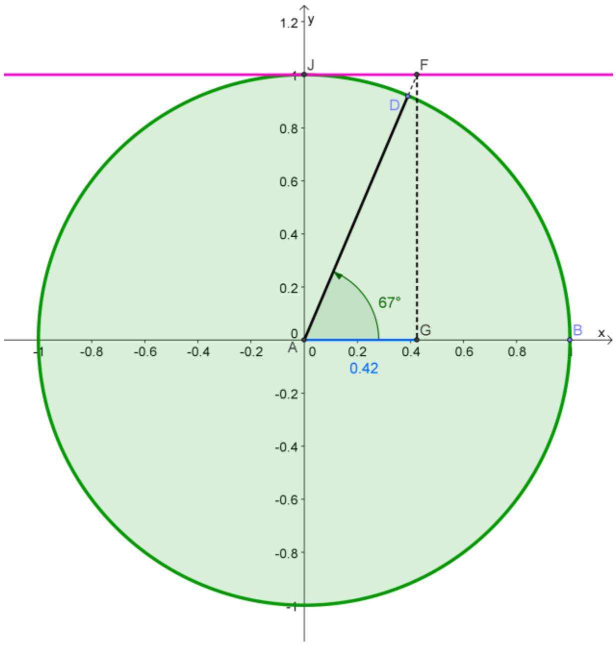
Angle (en degré)	**cotangente**
22	2,48
20	2,75
10	5,67
5	11,43
4	14,30
3	19,08
2	28,64
1	57,29
0,5	114,59
0,1	572,96
0,01	5 729,58
0,001	57 295,78
0,0001	572 957,80

Et si l'amplitude vaut 0° ?
La cotangente… n'existe pas !

Choisissons maintenant un angle de 45°. Sa cotangente est égal à … 1. (Eh oui, si tu es observateur, tu as tracé un carré (AGFJ) de côté 1). Comme … pour la tangente. 45° est un angle qui a la même valeur pour la tangente que pour la cotangente. Il a aussi la même valeur pour le sinus que pour le cosinus. Vraiment remarquable comme angle !

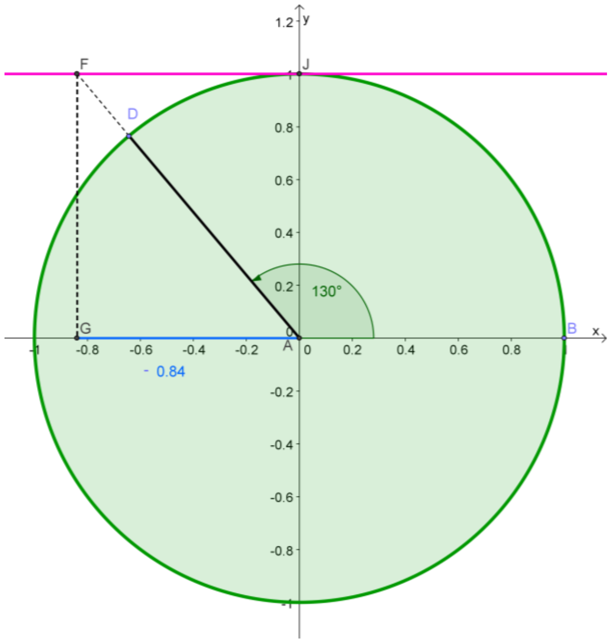


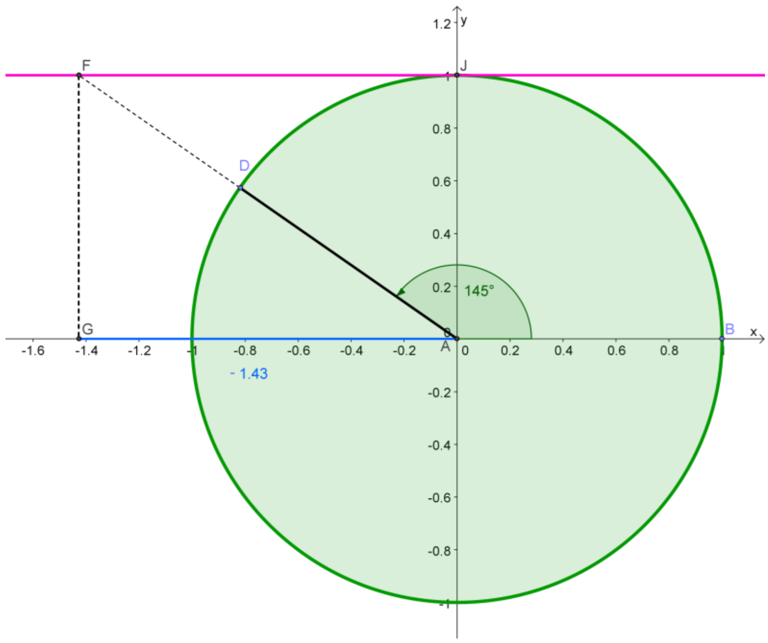
Et si tu dépasses une amplitude de 45° ? Tu le devines, bien entendu. La valeur de la cotangente diminue progressivement pour atteindre 0 lorsque l'angle a une amplitude de 90°.



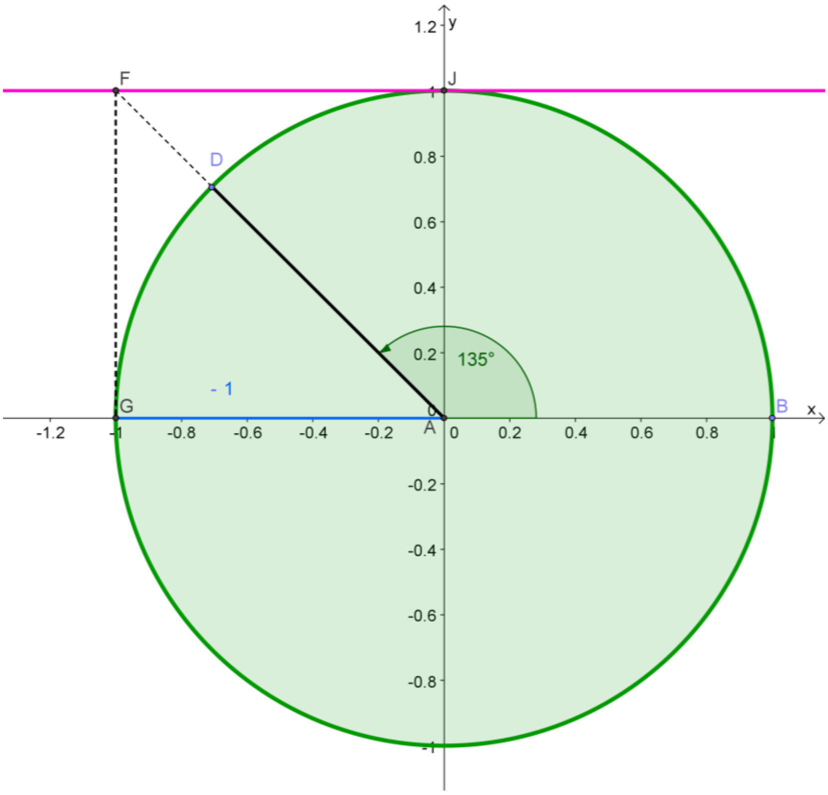
Angle (en degré)	**cotangente**
80	0,1763269807
82	0,1405408347
84	0,1051042353
86	0,0699268119
88	0,0349207695
89	0,0174550649
89,5	0,0087268678
89,6	0,0069814304
89,7	0,0052360356
89,8	0,0034906727
89,9	0,0017453310
89,99	0,0001745329
89,999	0,0000174533
90	0,0000000000

Si on considère un angle du deuxième quadrant, on continue avec la même technique. Il ne faut simplement pas que tu oublies que les valeurs des cotangentes seront négatives puisque le point G se situera forcément à gauche de l'axe des ordonnées (et donc, son abscisse sera négative !)

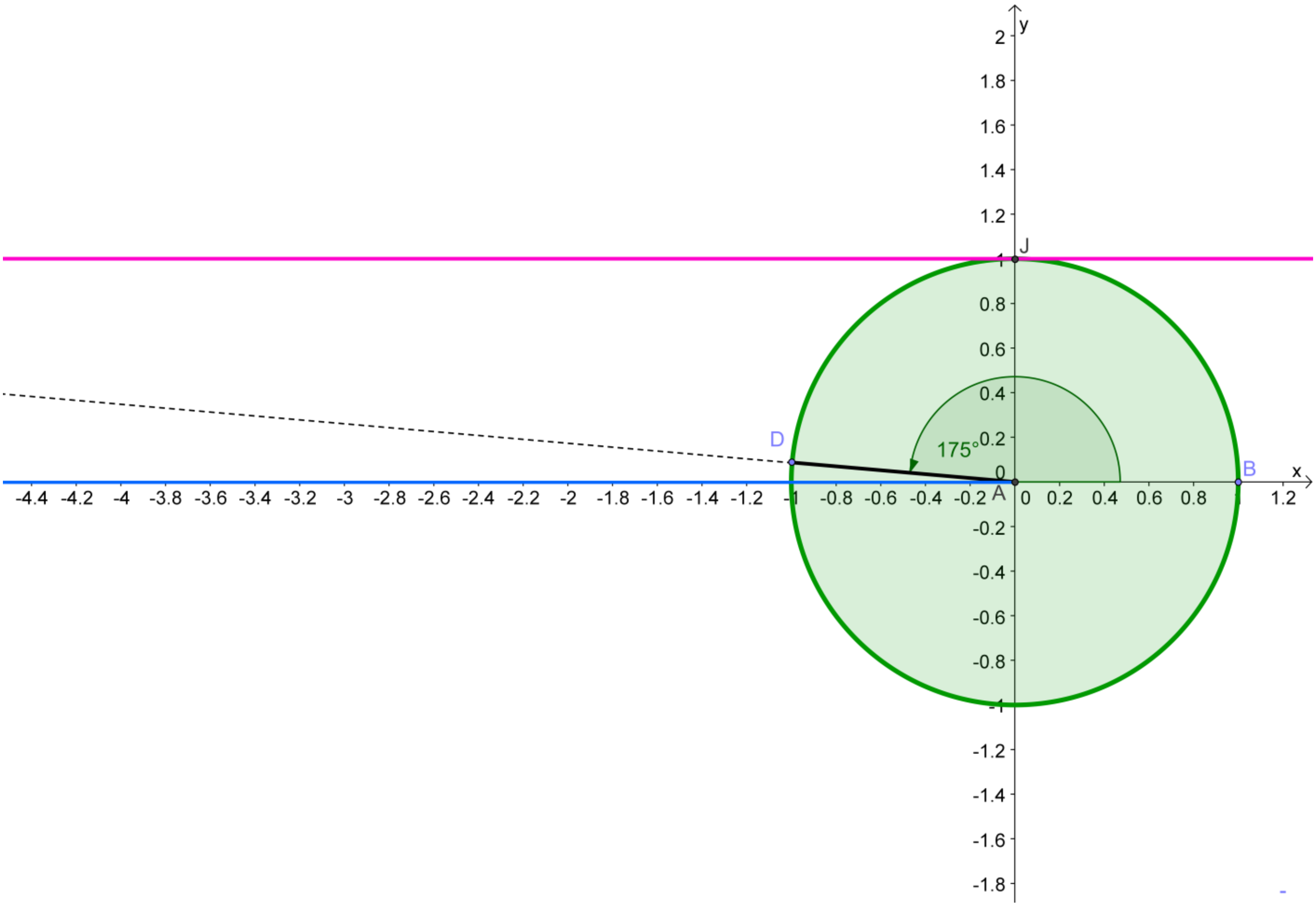




Pour un angle dont l'amplitude est comprise entre 90° et 135°, la cotangente aura une valeur comprise dans l'intervalle [-1,0] , pour des angles d'amplitude comprises entre 135° et 180°, la cotangente sera inférieure à -1. La cotangente de 135° étant égal à -1.



Les cotangentes peuvent prendre des valeures extrêmement petites, comme tu le constates sur le dessin ci-dessous. Impossible de visualiser le point d'intersection F. En fait, cotan 175°= -11,43…

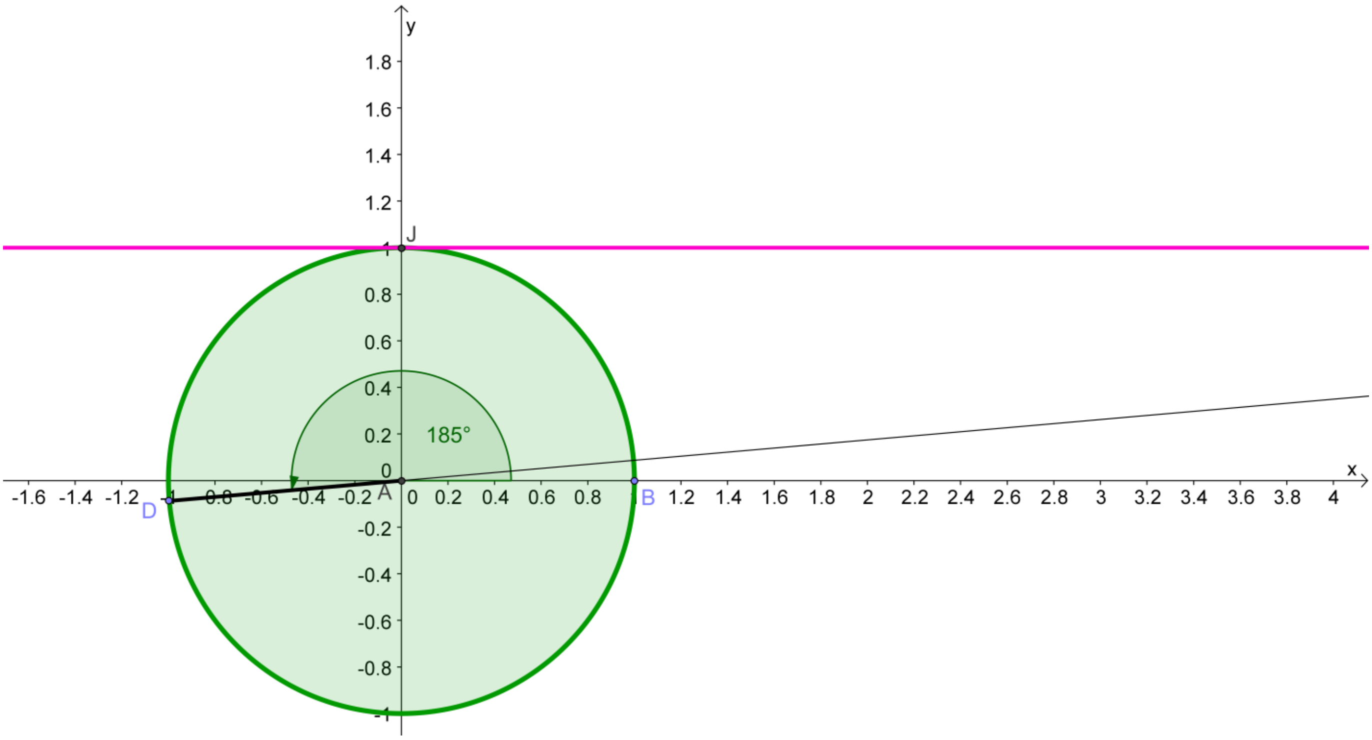


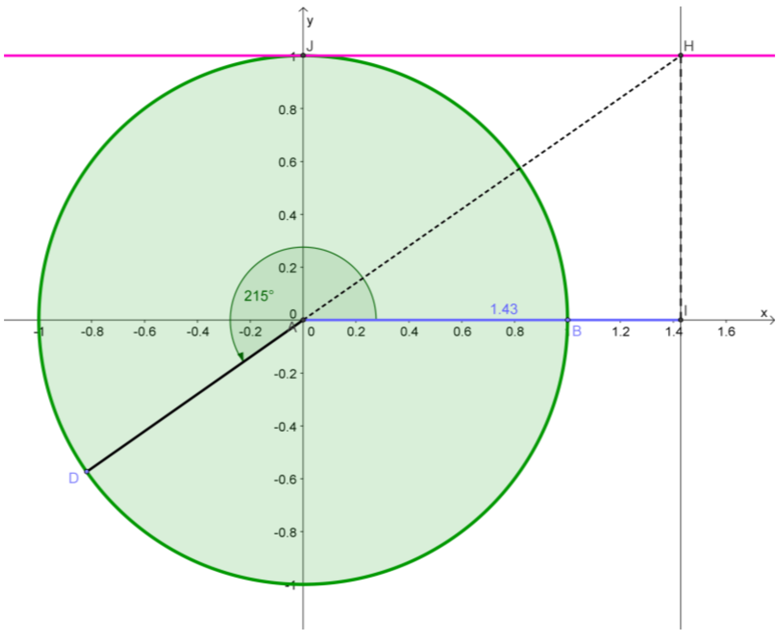
Angle (en degré)	**cotangente**
150	-1,7320508
160	-2,7474774
170	-5,6712818
172	-7,1153697
174	-9,5143645
176	-14,3006663
178	-28,6362533
179	-57,2899616
179,5	-114,5886501
179,6	-143,2371217
179,7	-190,9841864
179,8	-286,4777340
179,9	-572,9572134
179,99	-5 729,5778931
179,999	-57 295,7795063
179,9999	-572 957,7951571

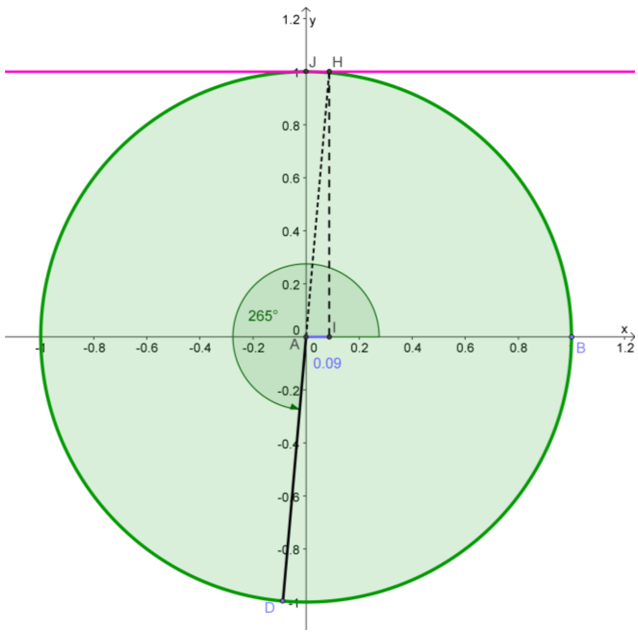
Et si l'amplitude vaut 180° ?
La cotangente… n'existe pas !

On arrive maintenant dans le troisième et avant dernier quadrant. **Surtout, n'essaie pas de déplacer en bas du cercle la droite rose avec laquelle nous « jouons » depuis le début. Elle est en haut du cercle, elle reste en haut ! (De la même manière que dans le cas des tangentes, il ne faut JAMAIS déplacer cette droite)**

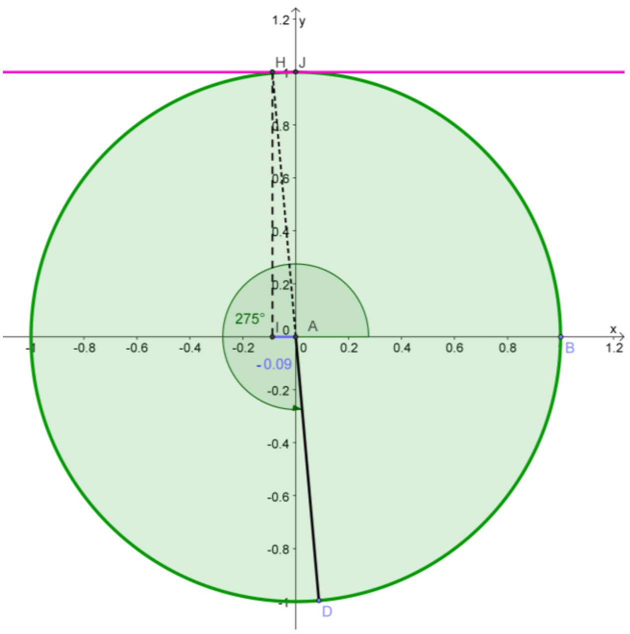
Tu connais maintenant le « truc », il faut prolonger le segment [AD] en allant de D vers A. Il finira bien ainsi par rencontrer la droite rose. Même si le point F d'intersection est très loin lorsque l'angle égal 185° (exemple ci-dessous). En fait cot 185° = 11,43… Tiens, tiens…. Cette valeur te rappelle peut-être quelque chose : cot 175° = - 11,43. Au signe près, c'est le même nombre !

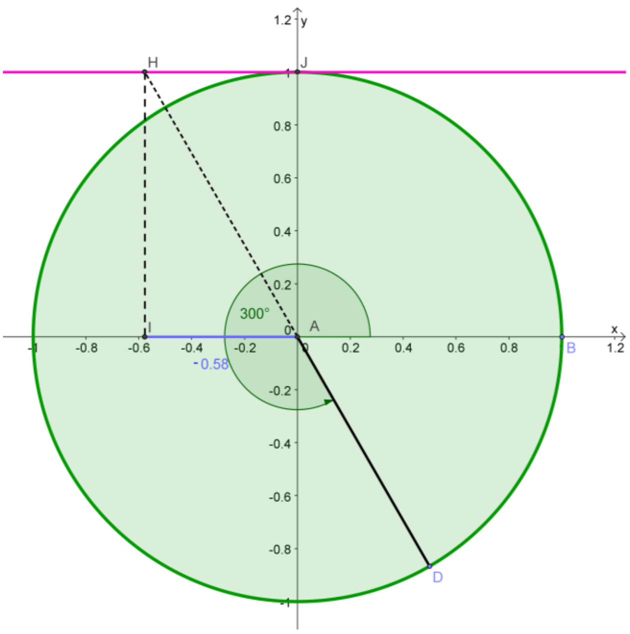




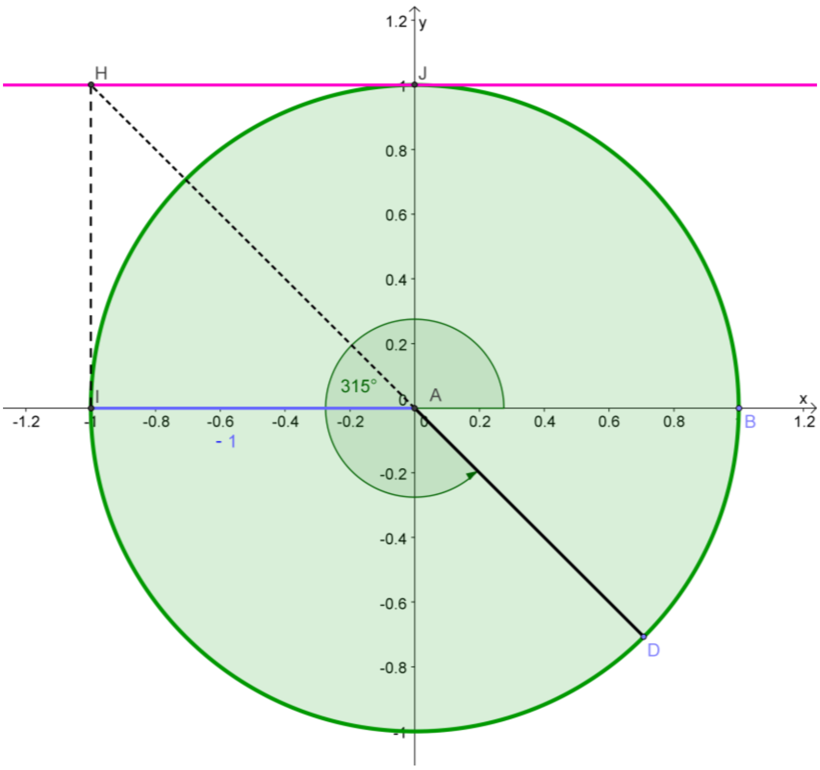


Voici de nouveau quelques exemples lorsque tu travailles avec un angle appartenant au quatrième quadrant.

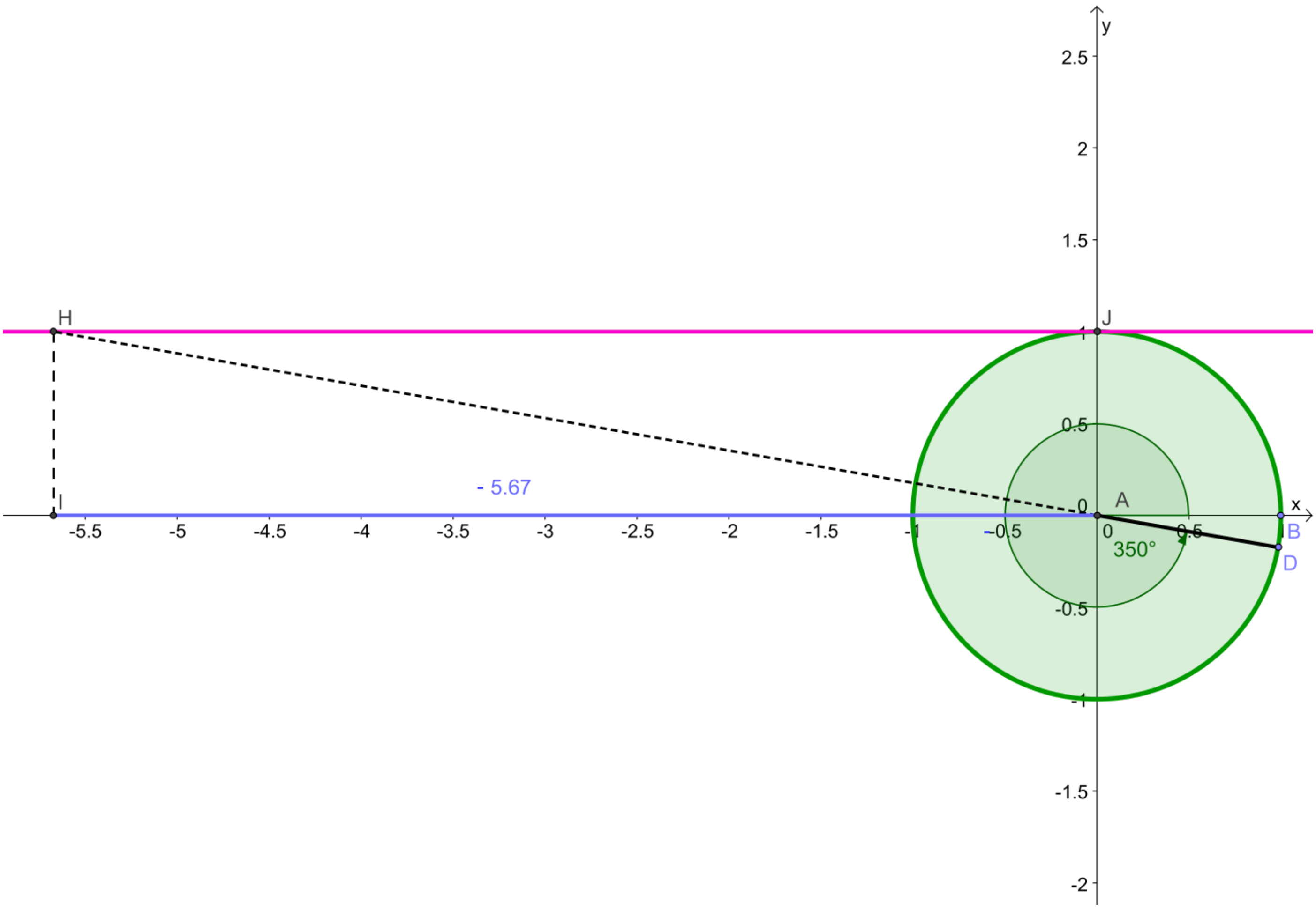




Cotangente 45° et cotangente 225° ont la même valeur : 1. Tandis que cotangente 135° et cotangente 315° sont égales à -1.



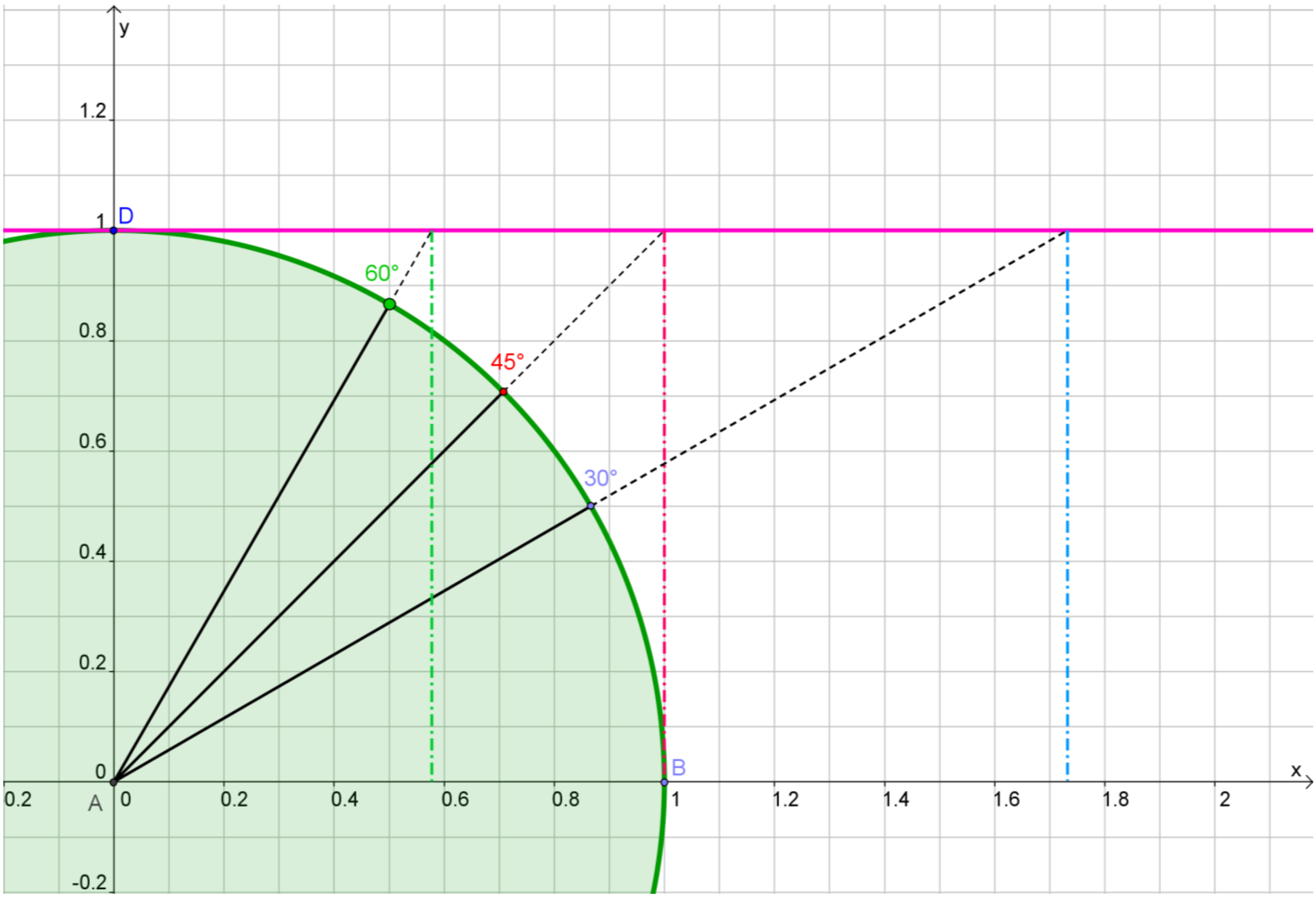
Enfin, si tu prends un angle proche de 360°, de nouveau, la cotangente filera vers des valeurs extrêment grandes négativement !



Angle (en degré)	**cotangente**
350	-5,6712818
351	-6,3137515
352	-7,1153697
353	-8,1443464
354	-9,5143645
355	-11,4300523
356	-14,3006663
357	-19,0811367
358	-28,6362533
359	-57,2899616
359,5	-114,5886501
359,6	-143,2371217
359,7	-190,9841864
359,8	-286,4777340
359,9	-572,9572134
359,99	-5 729,5778932

cotan 0° **n'existe pas**	cotan 90° = 0	cotan 180° **n'existe pas**	cotan 270° = 0

Pour cloturer cette série de fiches consacrée aux nombres trigonométriques, il ne te reste plus qu'à aborder les valeurs des cotangentes des angles remarquables : 30°, 45° et 60°



cotan $30° = 1.732\ldots = \sqrt{3}$	cot $45° = 1$	cot $60° = 0.577\ldots = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

Tu n'as pas compris quelque chose ? Aide-nous à améliorer ces fiches !

Tu cherches des sujets que tu n'as pas trouvés ? Dis-le nous !

Découvre aussi notre forum sur lequel tu peux venir poser tes questions…

Commentaires, souhaits, remarques…
On t'attend sur notre groupe Facebook !

« Centre de remédiation scolaire Entr'aide »