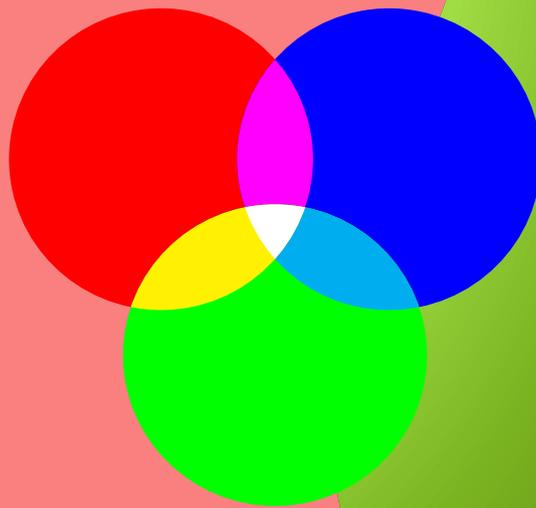


Cours de Physique

4^{ième} Secondaire



par

Claude NOEL

Ingénieur industriel

Version 2012



Ce cours de physique a été rédigé sous les licences Creative Commons avec les codes suivants : CC-BY-NC-SA. Les codes choisis par l'auteur sont : CC-BY (Paternité) -NC (pas d'utilisation commerciale du document) - SA (partage des conditions initiales à l'identique [ShareAlike]). Le titulaire des droits peut autoriser à l'avance les modifications et il peut se superposer l'obligation (SA) pour les œuvres dites dérivées d'être proposées au public avec les mêmes libertés (sous les mêmes options Creative Commons que l'œuvre originale).

1	Mouvements	6
1.1	Notion de point matériel	6
1.2	L'espace et sa relativité	6
1.3	La mesure de distances	7
1.4	Les outils courants de mesure de distance	8
1.5	Notion de mouvement	8
1.5.1	Exercices	9
1.5.2	Expériences de laboratoire	9
1.6	Le temps	9
1.7	Notion de repos	10
1.8	Le mouvement rectiligne uniforme — MRU	10
1.9	Problème 1 : les piétons	11
1.9.1	Énoncé	11
1.9.2	Solution	11
1.10	Diagramme Espace — temps	12
1.11	Problème 2 : les cyclistes	13
1.11.1	Solution	13
1.11.2	Utilisation des ressources du Web	15
1.12	Le mouvement curviligne uniforme	15
1.12.1	Problème 3	15
1.12.2	Solution	15
1.13	Le diagramme Vitesse — Temps	17
1.14	Le mouvement rectiligne uniformément accéléré	18
1.15	La chute des corps dans le vide	20
1.15.1	Problème 1	21
1.15.2	Solution	21
1.16	Exercices	22
1.17	Les vecteurs vitesse et accélération	23
1.18	Composition de deux mouvements rectilignes uniformes	24
1.18.1	Problème	25
1.19	Le Tir horizontal	26
1.19.1	Exemple	27
1.20	Le mouvement angulaire	28
1.21	Le mouvement circulaire uniforme	29
1.22	Le principe de relativité	31

1.23	Illustration de la notion de relativité du mouvement	33
1.24	Exercices	34
1.25	Savoirs & savoir-faire	34
1.25.1	Savoir	34
1.25.2	Savoir-faire	35
2	Les lois de Newton	36
2.1	Introduction	36
2.2	L'évolution des idées à propos de la dynamique	36
2.3	Les expériences et conclusions de Galilée	37
2.4	Les différents aspects d'une force	38
2.5	La gravitation universelle	38
2.5.1	La mesure de la constante universelle G — Expérience de Cavendish	40
2.5.2	La trajectoire de la Terre autour du Soleil	40
2.5.3	Exercice : le poids d'un homme sur la Lune	43
2.6	Les lois de Newton	43
2.7	La notion de travail mécanique	43
2.8	L'énergie potentielle	45
2.9	L'égalité des masses grave et inerte	47
2.10	Théorème de l'énergie cinétique	48
2.10.1	Exemple	49
2.10.2	Solution :	49
2.11	Notion de puissance	50
2.12	Notion de rendement	50
2.13	Exercices	50
2.13.1	Exercice 1	50
2.13.2	Exercice 2 : les satellites géostationnaires	51
2.13.3	Vérifications de quelques éléments relatifs à la Lune	52
2.13.4	Calcul de la vitesse de satellisation d'un objet de masse m autour de la Terre à un mètre du sol	53
2.14	La trajectoire des planètes qui gravitent autour du Soleil	53
2.14.1	Vérification expérimentale de la troisième loi de Kepler	54
2.15	Savoirs & savoir-faire	57
2.15.1	Savoir	57
2.15.2	Savoir-faire	58
3	Énergie et matière	59
3.1	La nature profonde de l'électricité reste encore un mystère à ce jour !	59
3.2	La découverte des premiers phénomènes électriques	59
3.3	Il n'existe que deux sortes d'électricité !	59
3.4	La loi de Coulomb	60
3.5	Le principe de superposition	62
3.5.1	Problème	62
3.6	Notion de champ électrique	62
3.7	L'électricité au cœur-même de la matière	62
3.8	Un petit historique des différents modèles atomiques	63
3.8.1	Le modèle de Dalton (1803)	63
3.8.2	Le modèle de Thomson (1904)	63
3.8.3	Le modèle de Rutherford	64
3.9	La physique classique est mise en échec par les atomes !	66
3.10	Le modèle de Bohr de l'atome d'hydrogène	67
3.10.1	Principe	67
3.11	Mise en équations du modèle	67

3.12	Instabilité dans le modèle planétaire	68
3.13	Quantification du moment cinétique	68
3.13.1	Problème	69
3.14	Cohésion de la matière	70
3.15	La cohésion des matériaux	72
3.15.1	La liaison ionique	72
3.15.2	La liaison covalente	73
3.15.3	La liaison métallique	73
3.15.4	L'influence de l'empilement des atomes sur le module d'élasticité E	74
3.16	Les trois états de la matière	74
3.16.1	Le zéro absolu	75
4	L'optique	76
4.1	La lumière se propage en ligne droite !	76
4.2	La structure de la lumière	77
4.3	Un faisceau tombant sur un bac rempli d'eau	78
4.3.1	Problème	78
4.3.2	Solution	79
4.4	Le miroir plan	79
4.4.1	Images virtuelles produites par un miroir plan	79
4.5	Comment le miroir plan produit les images "virtuelles"	79
4.5.1	Devoir	80
4.6	Notions générales sur les images virtuelles et réelles.	80
4.7	Les lentilles sphériques minces	80
4.7.1	Définitions	80
4.8	Images produites par les lentilles	83
4.8.1	Lentilles convergentes	83
4.9	L'œil humain	83
4.10	Les défauts de l'œil	83
4.11	Construction des images	84
4.12	Définition du grandissement	84
4.13	Grandeur et sens de l'image	84
4.14	Calcul de la position et de la nature de l'image	85

Ce cours de physique débute par l'étude des mouvements d'objets, tout en faisant abstraction des causes de ces mouvements. Ce chapitre s'appelle aussi la *cinématique*.

1.1. Notion de point matériel

Pour commencer, nous choisirons l'objet le plus simple possible qui ne possède pas de dimension transversale, il s'agit du *point matériel*, aussi appelé *particule*.

L'absence de dimension du point matériel nous interdit d'imaginer tout mouvement de rotation de ce dernier. L'élimination de mouvement de rotation simplifiera le début de l'étude de la cinématique.

Cependant, aucun corps réel n'est vraiment un point matériel. Néanmoins, lorsque les dimensions d'un corps réel sont inférieures à 1/1000 par rapport à celles de sa trajectoire, il est assimilable à un point matériel.

À titre d'exemple, considérons la Terre dont la forme peut être assimilée à celle d'une sphère d'un rayon approximatif de 6400 km. Nous savons que la Terre tourne autour du Soleil sur une orbite plane de forme elliptique. Le plan de cette orbite est appelé *l'écliptique*. Lorsque la Terre est à son point le plus proche du Soleil (périhélie), la distance qui le sépare du Soleil est ≈ 147 millions de km. Au point le plus éloigné du Soleil (aphélie), la distance est légèrement plus grande, soit ≈ 152 millions de km. La différence entre l'aphélie et le périhélie est petite par rapport au rayon de l'orbite terrestre. Dès lors, nous pouvons admettre que l'orbite terrestre est assimilable à une circonférence d'un rayon de 149,5 millions de km.

Le rapport « rayon de l'orbite de la Terre / rayon de la Terre » vaut ≈ 23500 . En conclusion, la « taille » de la Terre est négligeable par rapport à celle de sa trajectoire autour du Soleil. Dès lors, « Notre maison céleste » peut être assimilée à un point matériel.

1.2. L'espace et sa relativité

Intuitivement, nous savons que nous vivons dans un espace à trois dimensions. Marcher devant soi ou reculer, se déplacer de gauche à droite, monter ou descendre, voilà les trois directions de base de l'espace. Nous allons concrétiser ces trois directions en définissant trois axes perpendiculaires entre-eux. Ces derniers sont appelés : axe des abscisses (x), axe des ordonnées (y) et axe des côtes (z). La position d'une

particule dans l'espace est alors déterminée en mesurant les coordonnées (x, y, z) du point sur les trois axes de référence.

Étant donné que les coordonnées d'un point dépendent du choix des axes de référence, on en conclut que **l'espace est relatif**.

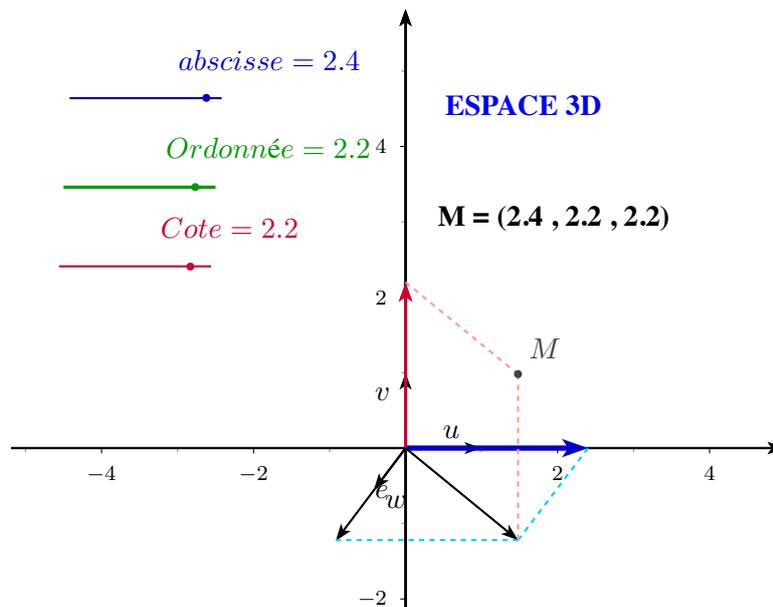


Figure 1.1 – Le système de coordonnées 3D

1.3. La mesure de distances

Mesurer une distance implique l'utilisation d'une longueur étalon. Un étalon international, appelé le *mètre* est défini par la distance entre deux traits marqués sur une barre de platine maintenue à 0°C . Cet étalon est déposé au Bureau International des poids et mesures, à Sèvres. Cet étalon est maintenant obsolète.

Dans le but d'améliorer la précision des résultats expérimentaux dans le domaine de la recherche scientifique et des nouvelles technologies telles que le GPS, la micro-informatique, la médecine, etc..., la définition du mètre est maintenant formulée comme étant la distance parcourue par la lumière en $\frac{1}{299792458}$ s. Sachez que la vitesse de propagation de la lumière dans le vide est une *constante universelle* valant :

$$c = 299792458 \text{ m/s}$$

[Lien pour atteindre le Bureau International des poids et mesures.](#) **SIU**

Notre Univers dont l'étendue va de l'infiniment petit à l'infiniment grand, oblige les physiciens à utiliser des unités multiples ou sous-multiples du mètre mieux adaptées à leur domaine de recherche. Par exemple, un astronome utilisera l'année-lumière pour indiquer que le centre de notre galaxie se trouve à environ 30.000 années-lumière de la Terre. Le diamètre de notre galaxie est de l'ordre de 85.000 années-lumière. Ci-dessous, une photo de la galaxie d'Andromède dont la structure a la forme d'une grande spirale analogue à celle de notre propre galaxie que nous appelons la *voie lactée*.



Figure 1.2 – La galaxie d'Andromède

Par contre, un physicien atomiste utilisera l'« Angström (\AA) » valant 10^{-10} m parce que les atomes ont à peu près cette taille. Comme l'étendue de l'espace est très grande, il serait assez pénible de tout exprimer en mètre. Cette vaste étendue est illustrée par le tableau ci-dessous :

Année-lumière	Mètre	Description
$15 \cdot 10^9$		Limite de l'Univers
	$150 \cdot 10^9$	Distance Soleil/Terre
	1,8	Hauteur d'un homme
	10^{-8}	Un virus
	10^{-10}	Le rayon d'un atome
	10^{-15}	Le rayon d'un noyau atomique

Table 1.1 – Quelques exemples illustrant l'étendue de l'espace

1.4. Les outils courants de mesure de distance

1. Le mètre ruban de la couturière, le mètre pliant du menuisier, le mètre métallique enroulé dans un boîtier équipé d'un ressort de rappel, etc ... Tous ces outils de mesurage ont une précision différente, adaptée à chacun des métiers concernés. L'erreur de mesure de ces mètres est de l'ordre de quelques millimètres.
2. Dans les domaines d'activité tels que la mécanique de précision : moteur automobile, boîte de vitesse, moule d'emboutissage ou d'injection de matières plastiques, etc ... , la précision requise est de l'ordre du centième de mm. Ces activités impliquent l'utilisation d'instruments de mesure tels que le pied à coulisse, le micromètre, le comparateur, le microscope optique de précision qui permet de distinguer des détails distants de 0,2 millième de mm, autrement dit 0,2 micron (μ). [Pour comprendre le principe des différents verniers, prière de consulter le site suivant : vernier.](#)
3. Pour ce qui est de la mesure de longueurs plus grandes que le mètre, il existe des instruments tels que le décamètre, la roulette d'arpenteur, le télémètre.

1.5. Notion de mouvement

Par définition, un mouvement est le déplacement d'un objet dans l'espace. Un objet peut avoir dans l'espace un mouvement complexe résultant de la combinaison de plusieurs mouvements simultanés de translations et de rotations.

Par contre, si nous considérons la description du mouvement d'un point matériel, celle-ci n'implique que la connaissance de sa position dans l'espace à chaque instant t et ce, durant toute la durée du mouvement.

L'ensemble de ses positions forme ce qu'on appelle sa *trajectoire*.

La trajectoire d'un point matériel M est définie par les relations mathématiques entre chacune de ses coordonnées x, y, z et le temps t . Les équations du mouvement d'un point matériel forment un système d'équations qui peut s'écrire comme suit :

$$\begin{cases} x(t) = f_x(t) \\ y(t) = g_y(t) \\ z(t) = h_z(t) \end{cases}$$

En mécanique classique, le temps est absolu. Cela signifie que les horloges de tous les systèmes de référence indiquent toutes la même heure. Autrement dit, les secondes ont toutes la même durée dans tous les systèmes de référence.

1.5.1. Exercices

1. Soient deux points $A(1, 2, 0)$ et $B(4, 5, -2)$, dessiner la représentation 3D de ces points et calculer la distance entre ces points à l'aide de la formule suivante :

$$d = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

2. La distance entre les deux points A et B est égale à $\sqrt{3}$ m. Les coordonnées connues de ces points sont les suivantes : $(x_A = 1 \text{ m}, y_A = 2 \text{ m}, z_A = 0 \text{ m})$ et $(x_B = 2 \text{ m}, y_B = 3 \text{ m}, z_B = ? \text{ m})$. Calculer la cote du point B.

1.5.2. Expériences de laboratoire

1. Utiliser un micromètre (palmer) pour mesurer les dimensions d'une pièce métallique. Calculer son volume. Mesurer sa masse et calculer sa masse spécifique.
2. Utiliser un pied à coulisse pour mesurer le diamètre d'une bille et calculer son volume. Mesurer sa masse, ensuite calculer sa masse spécifique.

1.6. Le temps

Qu'elle est la définition du temps ? Dans le dictionnaire, on peut lire : « *Notion fondamentale conçue comme un milieu infini dans lequel se succèdent les événements.* »

Bien entendu, nous avons tous une idée du temps qui passe, notre vie personnelle est jalonnée d'événements tels que la naissance, le premier jouet, la première dent, le premier amour, le mariage, etc... Nous nous contenterons de cette notion intuitive.

La plupart des méthodes de mesure des durées sont basées sur l'utilisation d'un phénomène « *périodique* », c'est-à-dire un phénomène qui se répète le plus régulièrement possible. Par exemple, les peuples préhistoriques ont considéré le jour comme un phénomène périodique, donc comme un étalon du temps qui passe. L'homme a ensuite inventé les cadrans solaires lui permettant de compter les heures.

Plus tard, Galilée démontra expérimentalement qu'un pendule oscillait dans des intervalles de temps égaux. **Vous êtes priés de réaliser quelques expériences avec un pendule en consultant le site suivant : [pendule](#).**

En utilisant un moyen mécanique pour compter les oscillations, sans les arrêter, nous obtenons l'horloge à balancier. Avant 1967, l'étalon de mesure des durées : la seconde était définie comme $1/86400$ d'un jour moyen.

Mais depuis 1967, la définition de la seconde a changé comme suit : c'est le temps nécessaire à un rayon lumineux bien défini pour effectuer 9 192 631 770 oscillations. Ce rayon lumineux est celui dont la fréquence provoque une excitation bien déterminée d'un atome de césium-133. Ceci signifie qu'en une seconde, il y a 9 192 631 770 périodes de ce « pendule atomique » dont la fréquence est proche des 10 gigahertz.

Le tableau ci-dessous montre l'énorme étendue de l'échelle du temps.

Année	Seconde	Événements
15.10 ⁹		Age de l'Univers
14.10 ⁹		Age de notre galaxie
200.10 ⁶		Premiers hommes
	86400	Un jour
	10 ⁻³	Période d'une onde sonore
	10 ⁻⁶	Période d'une onde radio
	10 ⁻¹²	Période de rotation moléculaire
	10 ⁻¹⁵	Période de vibration atomique

Table 1.2 – Une partie de l'échelle du temps

1.7. Notion de repos

Lorsqu'un point matériel est au repos, il est immobile par rapport au système d'axes de référence et ses coordonnées sont indépendantes du temps, autrement dit invariables. Les équations d'une particule au repos sont : $x(t) = x_0; y(t) = y_0, z(t) = z_0$. Ces équations expriment le fait que quel que soit l'instant t , les coordonnées de la particule ne changent pas. C'est la définition cinématique du repos.

1.8. Le mouvement rectiligne uniforme — MRU

Soit une particule P se déplaçant en ligne droite. Sur cette droite, définissons un point origine O à partir duquel nous mesurerons la distance qui le sépare de la position de la particule P. Définissons aussi un sens positif sur cet axe, à l'aide d'une flèche orientée vers la droite, par exemple.

À 15h, la particule P se trouve au point M d'abscisse $x(\tau_d) = 7km$ du point origine O.

À cet instant, la particule P se déplace vers la droite à une vitesse constante V égale à 5 km/h, par exemple. Puisque le point se déplace dans le sens positif, nous conviendrons que la vitesse est également positive.

Mais, que signifie la vitesse ? C'est par définition la distance parcourue par la particule par unité de temps. Dans notre exemple, on peut dire que celle-ci avance de 5 km en une heure. Maintenant, il s'agit de savoir où se trouve la particule à une heure τ déterminée, par exemple 18h30'. La durée du trajet t est égale à l'heure à laquelle nous calculons la position de la particule moins l'heure de son départ, soit :

$$t = \tau - \tau_d$$

Dans notre exemple, t est égale à : $t = 18h30' - 15h = 3h30'$, soit 3,5 h. Comme la particule se déplace avec une vitesse constante de 5 km/h, le chemin qu'elle a parcouru est proportionnel au produit de la vitesse par la durée du trajet.

D'où la formule suivante :

$$e = V \times t$$

Avec les valeurs de l'exemple, on a : $e = 5 \times 3,5 = 17,5 km$. La particule se trouve donc 17,5 km à droite de son point de départ $x(\tau_d)$. Autrement dit, la particule se trouve à $x(\tau_d) + e$ du point origine

O. Nous écrivons que : $x(\tau) = x(\tau_d) + e$. Et en remplaçant e par l'expression de la formule 1.1, on a finalement l'équation du mouvement rectiligne uniforme (MRU) :

$$x(\tau) = x(\tau_d) + V \times (\tau - \tau_d) \quad (1.1)$$

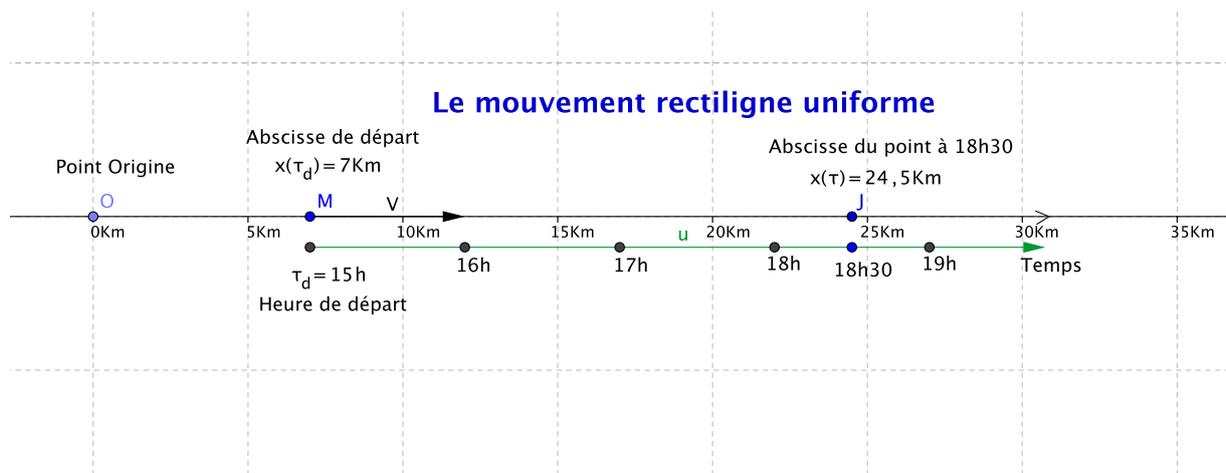


Figure 1.3 – Le mouvement rectiligne uniforme

Sur le graphique ci-dessus, la particule P se trouve au point M au départ (15h) et à 18h30, elle se trouve au point J, ayant effectué un trajet de 17,5 km, auquel on ajoute sa position de départ, soit 7 km pour obtenir la position du point J, soit 24,5 km.

1.9. Problème 1 : les piétons

1.9.1. Énoncé

Un piéton P1 marchant à la vitesse constante de 4 km/h part à 8 h d'un point A pour se rendre à un point B. La distance qui sépare ces deux points est 18 km. Un autre piéton P2 part de B pour aller au point A à la vitesse constante de 5 km/h. Déterminer l'heure de leur rencontre et la position des piétons à cet instant.

1.9.2. Solution

1. Définitions

Choisissons un sens positif sur la trajectoire : de A vers B ; un point d'origine : A. Prenons comme unité de longueur : le kilomètre et comme unité de temps : l'heure. Chacun des mobiles est animé d'un mouvement rectiligne uniforme. L'équation du MRU est :

$$x(\tau) = x(\tau_d) + V \times (\tau - \tau_d)$$

2. Équation du mouvement de P1

P1 se trouve en A au moment de son départ ; donc $x(\tau_d) = 0$ et $\tau_d = 8h$. Il marche dans le sens positif, sa vitesse est donc positive, égale à 4 km/h. L'équation de son mouvement est :

$$x(\tau) = 4 \times (\tau - 8)$$

3. Équation du mouvement de P2

P2 se trouve en B au moment de son départ ; donc $x(\tau_d) = 18\text{km}$. Il marche dans le sens négatif ; sa vitesse est négative, égale à $-5(\text{km}/\text{h})$. L'équation de son mouvement est :

$$x(\tau) = 18 - (5 \times (\tau - 8))$$

4. Résolution du système d'équations

Appelons τ_R l'heure de leur rencontre et $x(\tau_R)$ la position de leur rencontre par rapport au point origine A.

En remplaçant τ par τ_R dans les deux équations précédentes, on a :

$$x(\tau_R) = 4 \times (\tau_R - 8)$$

et

$$x(\tau_R) = 18 - (5 \times (\tau_R - 8))$$

Les deux équations forment un système d'équations du premier degré à deux inconnues. Sa résolution est assez simple, il suffit de constater que les seconds membres des deux équations sont égaux. On peut développer de la façon suivante :

$$4 \times (\tau_R - 8) = 18 - (5 \times (\tau_R - 8))$$

$$4 \times \tau_R - 32 = 18 - 5 \times \tau_R + 40$$

$$4 \times \tau_R + 5 \times \tau_R = 18 + 40 + 32$$

$$9 \times \tau_R = 90$$

$$\tau_R = \frac{90}{9} = 10$$

L'heure de la rencontre est donc 10h. Après 2 heures de marche, ils se sont rencontrés. Calculons la position de P1 en remplaçant τ_R par sa valeur dans son équation de mouvement. on a : $x(10) = 4 \times (10 - 8) = 4 \times 2 = 8 \text{ km}$. P1 se trouve donc à 8 km à droite du point origine A. Même procédure pour P2, on a : $x(10) = 18 - (5 \cdot (10 - 8)) = 18 - 10 = 8 \text{ km}$. Ce qui confirme que P2 se trouve bien au même endroit que P1.

1.10. Diagramme Espace — temps

Pour ceux qui préfèrent les solutions graphiques aux systèmes d'équations, il est possible d'établir le graphique suivant :

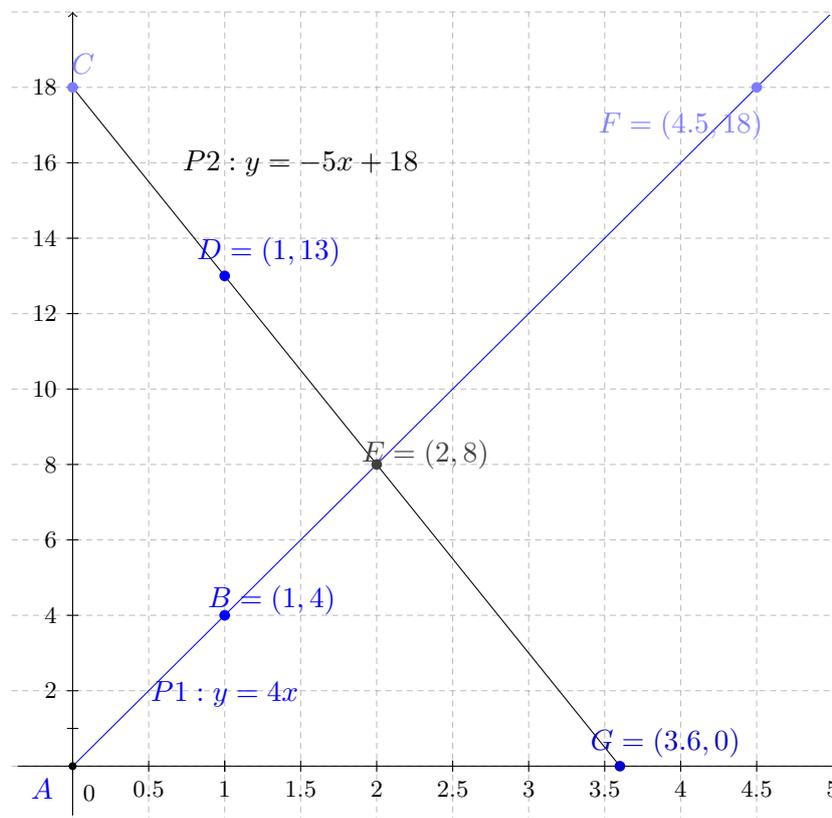


Figure 1.4 – Les piétons

Bien sûr, la solution graphique confirme la solution algébrique. Elle fournit aussi plus d'informations à propos de nos marcheurs. Par exemple, le graphique nous indique l'heure à laquelle P1 arrivera en B, soit 12h30' et P2 sera en A à 11h36'. Il n'est pas difficile de vérifier ces heures d'arrivée ; P1 marchant à la vitesse de 4 km/h, pour parcourir 18 km, la durée de son parcours est égale à la distance à parcourir divisée par sa vitesse, soit $18/4$, soit 4.5h. Étant parti à 8h, il arrive donc en B à $8+4,5=12,5$ h, c'est-à-dire à 12h30'. Quant à P2, sa vitesse est 5 km/h et donc, il marchera pendant 3,6h pour parcourir 18 km. Étant parti à 8h, il arrivera en A à 11,6h, soit 11h36'.
CQFD !

1.11. Problème 2 : les cyclistes

Un cycliste C1 part de A vers B à 8h15', à la vitesse de 25 km/h. Un autre cycliste C2 part de B en direction de A à 10h15', à la vitesse de 30 km/h. La distance AB est 75 km. À quelle heure et à quelle distance du point A vont-ils se rencontrer ?

1.11.1. Solution

1. Définitions

Choisissons un sens positif sur la trajectoire : de A vers B ; un point d'origine, A. Prenons comme unité de longueur : le mètre et comme unité de temps : l'heure.

2. Équation du mouvement du cycliste C1

Il se trouve en A au moment de son départ ; donc $x_0 = 0$ et $\tau_d = 8.25$. Il roule dans le sens positif, sa vitesse est donc positive, égale à 25 km/h. Son équation de mouvement est :

$$x(\tau) = 25 \times (\tau - \tau_d)$$

3. Équation du mouvement du cycliste C2

C2 se trouve en B au moment de son départ ; donc $x(\tau_d) = 75(km)$ et son heure de départ est $\tau_d + 2$, soit deux heures plus tard que C1. Il roule dans le sens négatif ; sa vitesse est donc négative, égale à $-30(km/h)$. Donc, l'équation de mouvement de C2 est :

$$x(\tau) = 75 - 30 \times (\tau - (\tau_d + 2))$$

4. Résolution du système d'équations

Appelons τ_R l'heure de leur rencontre et $x(\tau_R)$ la position de leur rencontre par rapport au point origine A.

En remplaçant τ par τ_R dans les deux équations précédentes, on a :

$$x(\tau_R) = 25 \times (\tau_R - \tau_d)$$

$$x(\tau_R) = 75 - 30 \times (\tau - (\tau_d + 2))$$

C'est un système d'équations du premier degré à deux inconnues. Les solutions de ce système sont les solutions du problème.

Ce système se résout facilement en constatant que les deux équations ont le même premier membre ; dès lors, nous pouvons écrire l'égalité des seconds membres, on a :

$$25 \times (\tau_R - \tau_d) = 75 - 30 \times (\tau_R - (\tau_d + 2))$$

Après quelques manipulations mathématiques, nous obtenons le résultat suivant : $\tau_R = 10.70 h$. Maintenant, calculons la distance qui sépare le point de rencontre à celui du départ de C1 en remplaçant τ_R et τ_d par leurs valeurs dans l'équation de C1, on a :

$$x(\tau_R) = 25 \times (\tau_R - \tau_d)$$

$$x(\tau_R) = 25 \times (10.7 - 8.25)$$

$$x(\tau_R) = 61.36 km$$

Ci-dessous, la solution graphique :

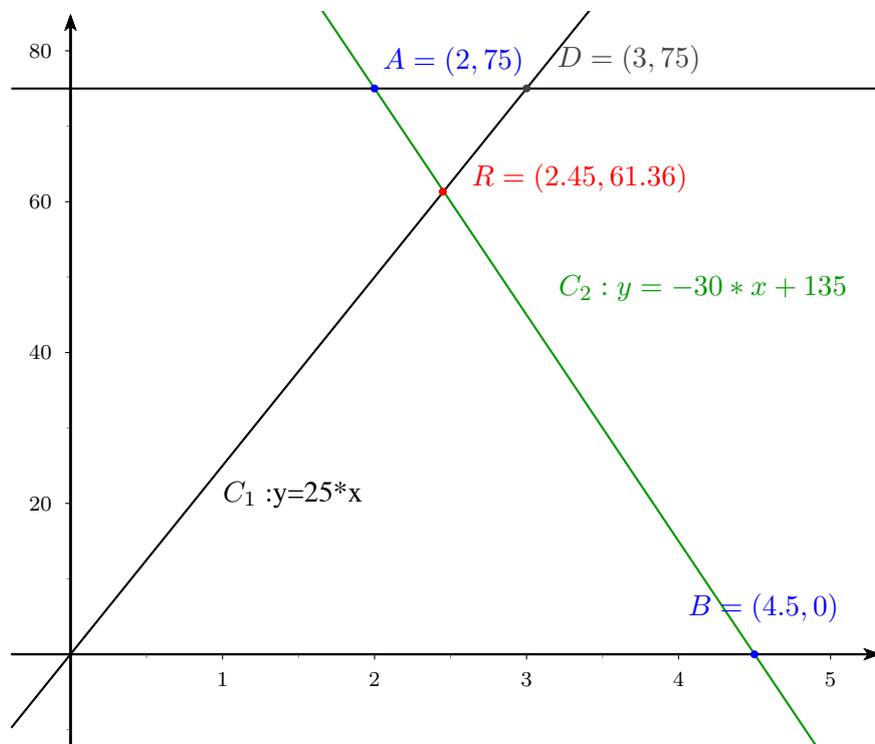


Figure 1.5 – Les cyclistes

Le graphique nous confirme la solution algébrique. Le point de rencontre R se trouve bien à 61.36 km du point origine.

1.11.2. Utilisation des ressources du Web

Durant votre formation au monde de la physique, vous réaliserez des expériences en utilisant un labo virtuel que vous pourrez atteindre en cliquant sur le lien suivant : [Labo virtuel](#)

Ce outil vous permettra de réaliser des expériences que vous ne pourriez pas exécuter dans le laboratoire de physique de l'école.

1.12. Le mouvement curviligne uniforme

On peut étendre la notion de mouvement uniforme aux trajectoires curvilignes, c'est-à-dire formées de courbes à grand rayon de courbure. Dans ce cas, pour positionner un point sur la trajectoire, on utilisera une abscisse « curviligne ». Un exemple courant est celui des réseaux ferroviaires.

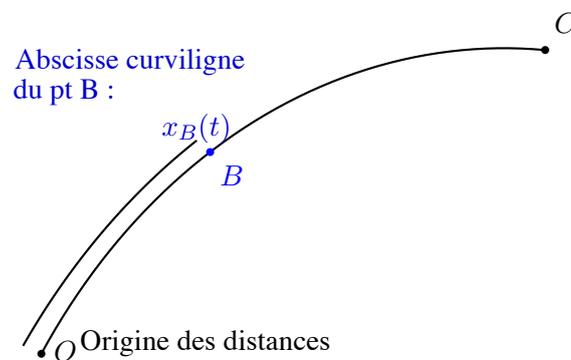


Figure 1.6 – Les trajectoires curvilignes

L'abscisse curviligne du point B par rapport au point A, soit \widetilde{AB} se mesure avec un compteur métrique en suivant la trajectoire. Un exemple bien connu est le compteur kilométrique d'une voiture.

1.12.1. Problème 3

Un train A « direct » quitte la gare du Midi de Bruxelles en direction de Mons à 8h30' avec une vitesse constante égale à 75 km/h. La distance entre les deux gares est 55 km. Un TGV à destination de Paris quitte également la gare du Midi, mais à 9h15' avec une vitesse de 150 km/h. Nous supposons que les voies suivies par les trains sont parallèles et assez proches l'une de l'autre. A quelle heure le TGV dépassera le train « direct » ?

1.12.2. Solution

1. Définitions

Choisissons un sens positif sur la trajectoire : de Bxl vers Mons ; un point d'origine, gare du midi. Prenons comme unité de longueur : le km et comme unité de temps : l'heure.

2. *Équation du mouvement du train direct.*

Le mobile se trouve en A au moment de son départ ; donc $x_0 = 0$ et $\tau_d = 8h30'$. Sa vitesse est positive, égale à 75 km/h.

$$x(\tau) = 75 \times (\tau - 8.5)$$

3. *Équation du mouvement du TGV.*

Le second mobile se trouve au point origine au moment de son départ ; donc $x(\tau_d) = 0$ et son heure de départ est $\tau_d = 9,25$. Il roule dans le sens positif et sa vitesse est égale à 150 km/h. L'équation de son mouvement est :

$$x(\tau) = 150 \times (\tau - 9,25)$$

4. *Solution*

Le diagramme Espace — Temps ci-dessous montre les droites de mouvement, ainsi que la solution du problème.

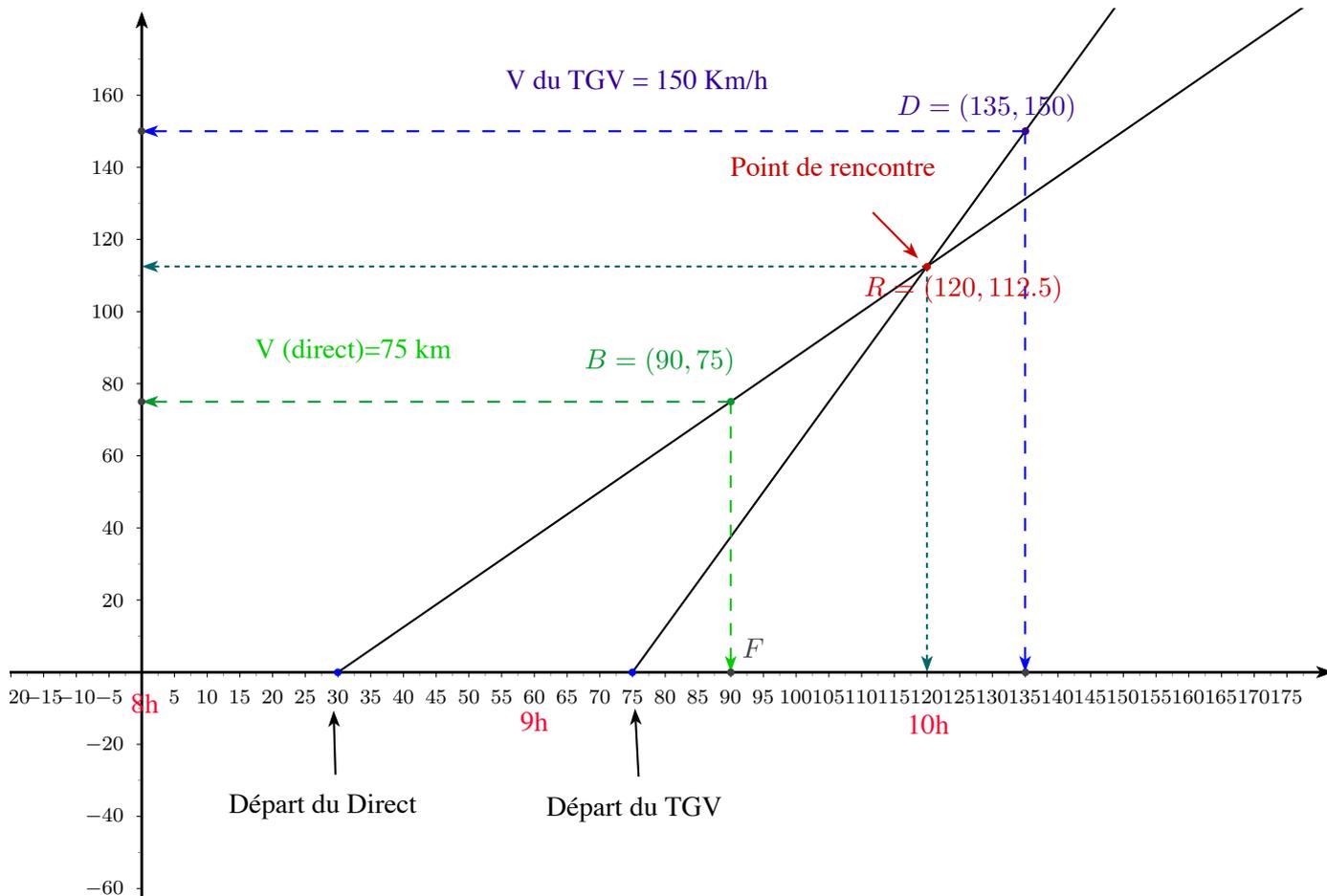


Figure 1.7 – La croisement du TGV avec le direct

1.13. Le diagramme Vitesse — Temps

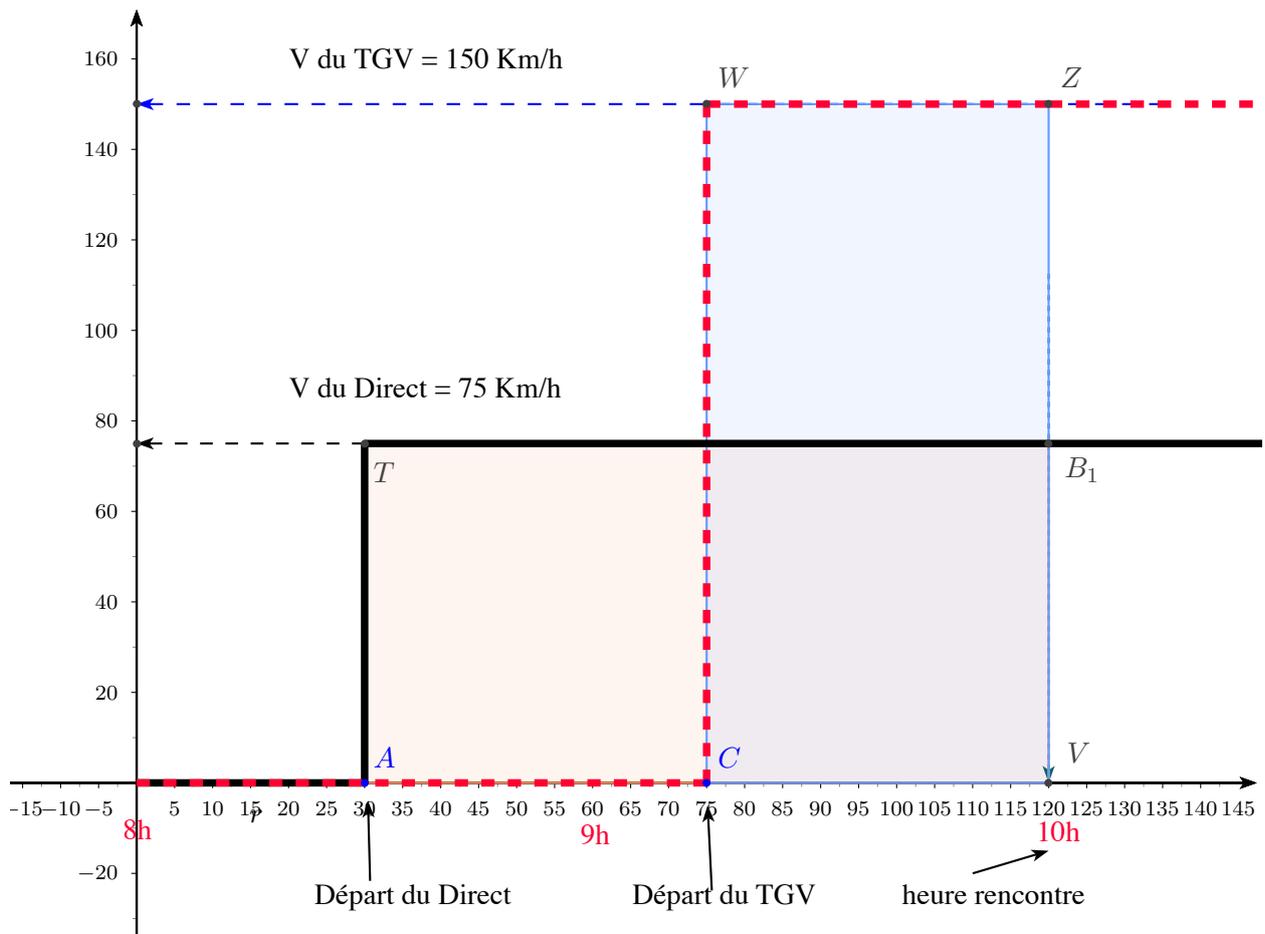


Figure 1.8 – Le diagramme vitesse - temps du TGV et du direct

Le graphique ci-dessus est relatif au problème précédent. J'ai ajouté le diagramme Vitesse—temps des trains. Le trait noir épais continu pour le train direct et le trait rouge épais en pointillé pour le TGV. Ensuite, j'ai colorié le rectangle A,T,B₁,V en saumon. La « longueur horizontale » AV représente la durée du trajet du train direct depuis son départ de la gare du Midi jusqu'au moment où il est rattrapé par le TGV, c'est-à-dire 1h30'. Sa « largeur verticale » représente la vitesse du train direct en fonction du temps, soit 75km/h. Si nous calculons la surface de ce rectangle, on obtient le résultat suivant : $75(km/h) \times 1,5h = 112,5km$. Cette valeur représente le chemin parcouru par le train depuis son départ jusqu'à son dépassement par le TGV. Elle est donc égale à l'ordonnée du point de rencontre R des trains du diagramme E-T.

J'ai colorié en bleu ciel le rectangle CWZV relatif au TGV, sa surface est égale au produit de la vitesse du TGV (150 km/h) par la durée du trajet départ/ point de rencontre des trains, soit 45 minutes ou 0,75h. La distance parcourue par le TGV est donc égale à $150 \times 0,75 = 112,5 km$.

Partis du même point à des heures différentes, pour se rencontrer les deux trains ont forcément parcouru le même nombre de km. Mais, ce qu'il faut surtout retenir de ce diagramme « **Vitesse—Temps** », c'est le fait que la surface qui se situe, d'une part, entre la courbe de vitesse d'un mobile et l'axe du temps t et d'autre part, entre ces deux instants t_0 et t , représente le chemin parcouru par le mobile pendant la durée $(t - t_0)$.

1.14. Le mouvement rectiligne uniformément accéléré

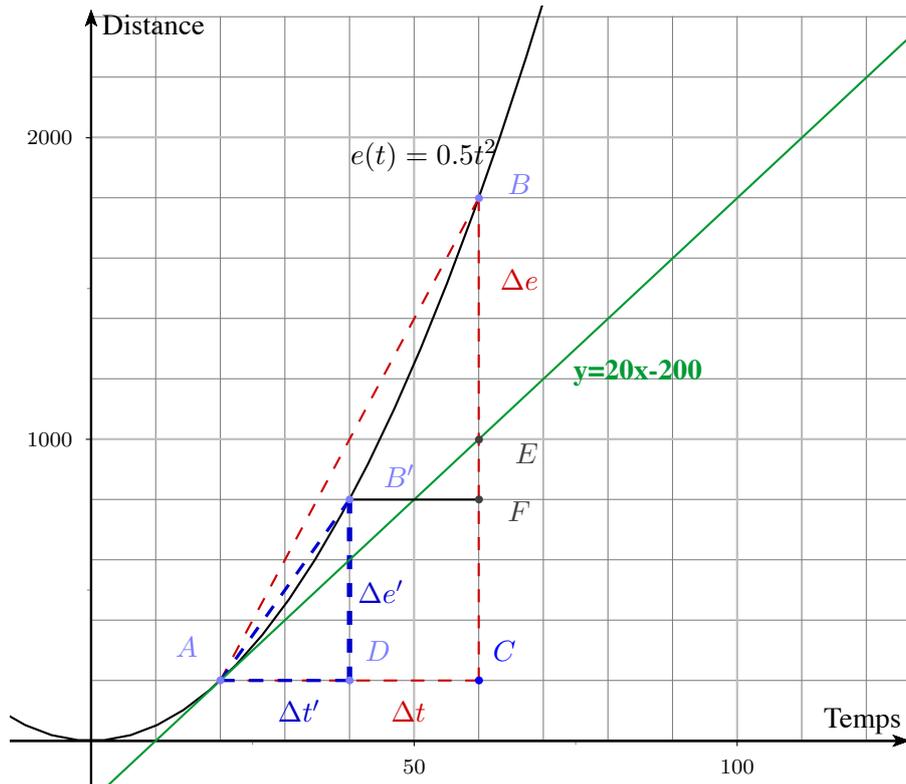


Figure 1.9 – La vitesse à un instant t

Soit une particule se déplaçant sur une droite orientée, munie d'un point origine O , et dont l'équation de mouvement est $e(t) = 0,5 \times t^2$. Nous constatons sur le diagramme $E-T$ ci-dessus que le chemin parcouru n'est plus proportionnel au temps t . La vitesse de la particule n'est plus constante. Elle change de valeur à chaque instant. Essayons de déterminer la vitesse à l'instant $t = 20$ s. Dans l'intervalle de temps AC , soit 40 s, la particule a effectué un déplacement de 1600 m. Donc, dans cet intervalle, sa vitesse moyenne est égale à : $v_{moy} = \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{BC}{AC} = \frac{1600}{40} = 40 \text{ m/s}$. Maintenant, réduisons l'intervalle de temps à 20 s et recalculons la vitesse moyenne, on a : $v_{moy} = \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{B'D}{AD} = \frac{600}{20} = 30 \text{ m/s}$; la vitesse moyenne est plus faible dans cet intervalle de temps. Pour obtenir la vitesse de la particule à l'instant $t = 20$, il faut que Δt tende vers zéro et dans ce cas, la vitesse à l'instant t est alors égale à la valeur de la limite définie ci-dessous :

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta e}{\Delta t} \quad (1.2)$$

Calculons cette limite, on a :

$$\Delta e = e(t + \Delta t) - e(t) = 0,5 \times (t + \Delta t)^2 - 0,5 \times t^2$$

$$\Delta e = 0,5 \times (t^2 + 2.t.\Delta t + \Delta t^2 - t^2)$$

$$\Delta e = 0,5 \times (2.t.\Delta t + \Delta t^2)$$

$$\frac{\Delta e}{\Delta t} = 0,5 \times 2.t + \Delta t$$

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (0,5 \times 2.t + \Delta t) = t$$

$$v(t) = t$$

Nous avons maintenant la possibilité de calculer la vitesse instantanée à chaque instant du mouvement. Ainsi, la vitesse à l'instant $t = 20s$ vaut : $v(20) = 20m/s$ et si vous regardez le graphique cette valeur est égale à la tangente de l'angle de la tangente géométrique au point A par rapport à l'axe t.

Le diagramme Vitesse — Temps de ce mouvement est représenté ci-dessous.

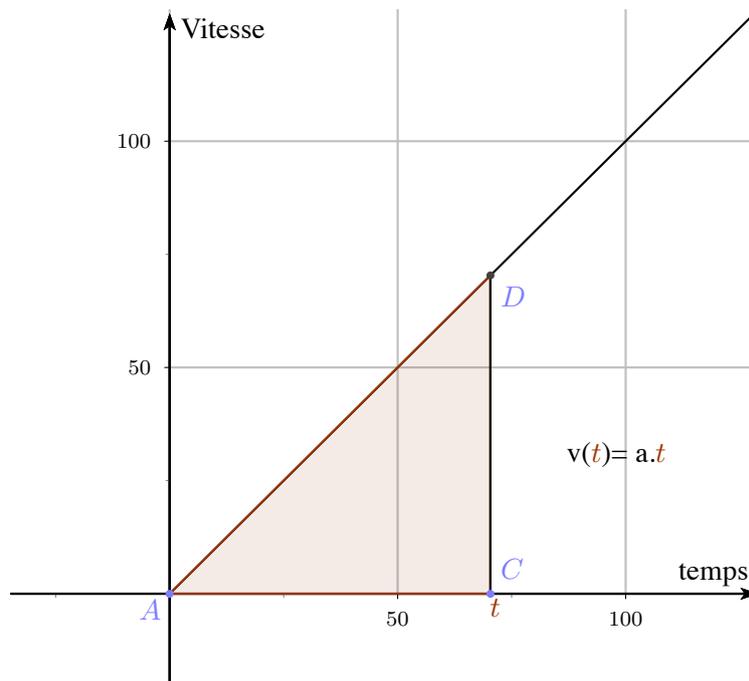


Figure 1.10 – Le diagramme vitesse - temps du MRUA

Nous constatons que la vitesse de la particule augmente de $1 m/s$ à chaque seconde qui passe. Ce taux de modification de la vitesse en fonction du temps est appelé *accélération*. Dans le cas présent, l'accélération est constante, égale à $1m/s^2$. Le coefficient angulaire de la droite du diagramme Vitesse — Temps représente la valeur de cette accélération. La vitesse en fonction de t est formulée comme suit :

$$v(t) = a \times t \quad (1.3)$$

Dans ce type de mouvement, l'accélération est constante. Nous avons affaire à un *mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA, en abrégé)*.

Établissons la formule qui permettra de calculer la distance parcourue par une particule soumise à un tel mouvement. Nous avons vu au point précédent que dans un diagramme Vitesse — Temps, la surface comprise entre la courbe $v(t)$ et l'axe du temps, située entre deux instants t_1 et t_2 est égale à la distance parcourue $e(t_2 - t_1)$ par la particule pendant le laps de temps $(t_2 - t_1)$. Appliquons cette règle dans le cas du MRUA en choisissant les bornes temporelles suivantes : $t_1 = 0$ et $t_2 = t$ et calculons l'aire du triangle ACD ayant une base égale à t et une hauteur égale à $a \times t$. Nous avons

$$Aire(\triangle ACD) = \frac{base \times hauteur}{2}$$

En remplaçant les paramètres précédents par ceux du diagramme V-T, il vient

$$e(t) = \frac{t \times a.t}{2}$$

$$e(t) = \frac{a \times t^2}{2} \quad (1.4)$$

Calculons $e(t), v(t)$ à l'instant $t = 60 \text{ s}$ avec $a = 1$. On a :

$$v(60) = a \times t = 1 \times 60 = 60 \text{ m/s}$$

$$e(60) = \frac{1 \times 60^2}{2} = 1800 \text{ m}$$

Or, l'équation du mouvement est $e(t) = 0,5 \times t^2$ et avec $t=60 \text{ s}$, on obtient le résultat suivant : $e(60) = 0,5 \times 60^2 = 1800 \text{ m}$. Les valeurs d'espace parcouru et de vitesse concordent avec celles des diagrammes E-T et V-T.

L'équation du mouvement peut être généralisée. En effet, la particule peut très bien commencer son mouvement à partir d'un point d'abscisse x_0 avec une vitesse initiale v_0 . Dans ce cas, l'équation du mouvement devient

$$x(t) = x_0 + v_0 \times t + \frac{a \times t^2}{2} \quad (1.5)$$

1.15. La chute des corps dans le vide

Tous les corps situés à la surface de la Terre subissent une force due au phénomène de gravitation.¹ Il résulte de cette force d'attraction terrestre que si nous lâchons un objet situé à une certaine hauteur au dessus du sol, il tombe en direction du centre de la Terre. Évidemment au contact du sol, sa chute s'arrêtera. On constate que tous les corps tombent tous avec la même accélération \vec{g} égale à $9,81 \text{ m/s}^2$ et ce quelle que soit leurs « masses ». ² En principe, une pierre d'une tonne ne tombe pas plus vite qu'une plume d'oiseau, mais la présence de l'atmosphère, c'est-à-dire l'air que nous respirons, ne ralentira pratiquement pas la chute de la pierre alors que celle de la plume sera très perturbée par le frottement de l'air lors de sa descente. Pour démontrer expérimentalement que tous les corps, plumes y compris, tombent de la même façon, il est indispensable de réaliser les expériences dans le vide.

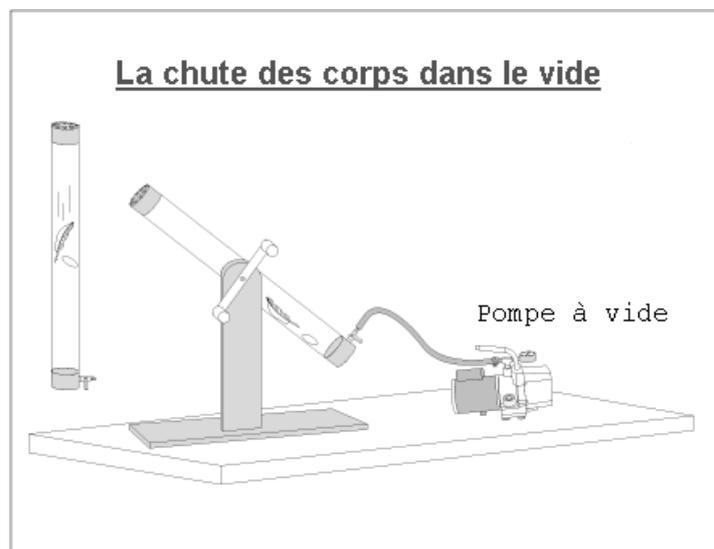


Figure 1.11 – Chute des corps dans le vide
[1]

1. Nous étudierons la loi de la gravitation universelle plus loin de ce cours.
2. La masse d'un corps pur dépend du nombre et de la masse des atomes qu'il contient.

1.15.1. Problème 1

Afin de déterminer approximativement la profondeur d'un puits asséché, un lycéen ayant ses oreilles situées à 1,65 m du sol, y laisse tomber une pierre de forme sphérique juste au niveau du bord du puits, soit 1 m par rapport au sol. Il mesure une durée de 5 secondes entre l'instant où il lâche la pierre et celui où il perçoit le « bruit » du choc sur le fond. Sachant que la vitesse du son est 340 m/s , quelle est la profondeur du puits ?

1.15.2. Solution

1. Définitions

Nous avons affaire à deux types de mouvements différents. La pierre a un mouvement rectiligne uniformément accéléré dont l'accélération est égale à $9,81 \text{ m/s}^2$. Alors que le son se propage à une vitesse constante égale à 340 m/s .

Prenons comme axe des distances, l'axe vertical du puits orienté positivement vers le haut. Choisissons un point origine O sur cet axe, situé à **la hauteur des oreilles du lycéen**.

2. Équation du mouvement de la pierre

Compte tenu de la différence de hauteur entre le point origine et la pierre à l'instant $t=0$, l'ordonnée initiale de la pierre est égale à $y_0 = -0,65 \text{ m}$. La pierre en tombant se déplace dans le sens négatif ; d'où son accélération est négative et son équation de mouvement est la suivante :

$$y(t) = -0,65 - \frac{9,81}{2} \times t^2$$

3. Équation du mouvement des ondes sonores

il s'agit d'ondes sonores dont la vitesse est constante, d'où on peut écrire :

$$g(t) = 340 \times (t - 5)$$

4. Le diagramme Espace—Temps ci-dessous vous montre les courbes $f(t)$ et $g(t)$ qui représentent respectivement la chute de la pierre et la propagation du son. Attention ! l'ordonnée du point B n'est pas la profondeur du puits, c'est la distance qui sépare le point origine du fond du puits. Donc, pour obtenir la profondeur du puits, il faut soustraire de l'ordonnée de B celle du bord du puits, c'est-à-dire $y(\text{bord du puits}) = -0,65 \text{ m}$. Donc, la profondeur du puits vaut $-108,1668 + 0,65 = -107,5168 \text{ m}$.

Le graphique nous indique que la durée de la chute de la pierre est : $4,6819 \text{ s}$. Vérifions si le chemin parcouru par la pierre pendant ce laps de temps correspond bien à la profondeur du puits. On a

$$e(t) = -\frac{g}{2} \times t^2 = -(9,81/2) \cdot 4,6819^2 = -107,518 \text{ m}$$

Cela confirme bien la profondeur du puits.

Enfin, la durée de propagation du paquet d'ondes acoustiques qui constitue le bruit dû à l'impact de la pierre sur le fond du puits est égale à la durée totale des deux mouvements de laquelle il faut soustraire la durée de la chute de la pierre ; cela donne : $5 - 4,6819 = 0,3181 \text{ s}$. Le paquet d'ondes a parcouru la distance de $108,1668 \text{ m}$ en $0,3181 \text{ s}$. Le rapport de ces deux valeurs doit nous confirmer la vitesse de propagation du son. Ce rapport vaut $340,04 \text{ m/s}$. Ce qui confirme assez précisément la vitesse du son.

CQFD !

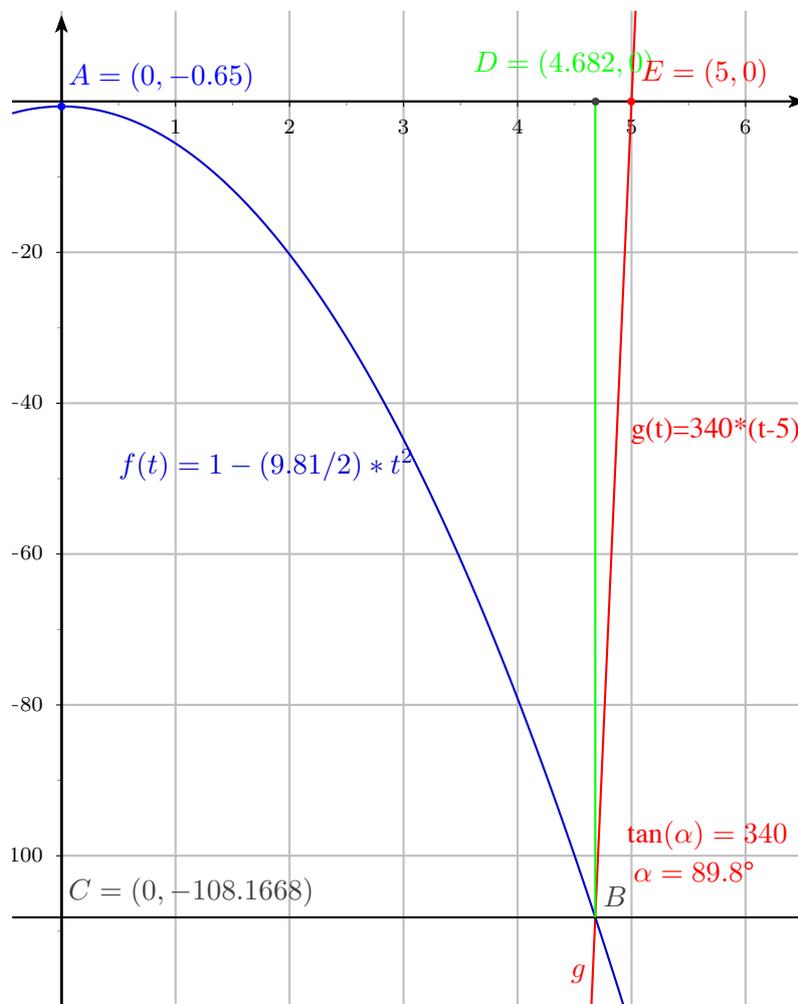


Figure 1.12 – Le puits

1.16. Exercices

1. La distance Terre - Soleil est approximativement 150 millions de km. Quel laps de temps met la lumière solaire pour nous parvenir ?
2. Un camion part du point O et roule sur une route rectiligne. Au moment où il passe le point P_0 , son compteur de vitesse indique 50 km/h. À partir de ce moment, le camion accélère ; son accélération est égale à $1m/s^2$. Le camion arrive en P, 10 secondes plus tard. Que vaut sa vitesse ? Déterminer la distance $P_0 P$ parcourue par le camion et la distance de P au point origine sachant que la distance OP_0 est égale à $x_0 = 350$ m.
3. Un train a une vitesse de 25 m/s. Il ralentit uniformément et s'arrête au bout de 10 secondes.
 - (a) Quelle est son accélération ?
 - (b) Quel chemin parcourt-il avant de s'arrêter ?
4. Un corps arrive au sol avec une vitesse de 30 m/s. À quelle hauteur a-t-il été lâché ? Quelle est la durée de sa chute ?
5. Quelle vitesse initiale faut-il communiquer à un projectile pour que, partant verticalement vers le haut, il puisse atteindre une hauteur de 5000 m ?
6. Deux cyclistes passent en même temps au point A situé à 2000 m d'un autre point B. Le premier a une vitesse constante de 6 m/s. Le second passe en A avec une vitesse de 3 m/s. Calculer l'accélération constante qu'il doit prendre pour arriver en B au même instant que le premier ?

1.17. Les vecteurs vitesse et accélération

La figure ci-dessous reprend l'exemple de la chute d'une pierre dans un puits. La figure indique que l'accélération est un vecteur \vec{g} constant de longueur égale à $9,81 m/s^2$. Un vecteur constant signifie que sa direction, son sens et sa longueur restent invariables. Évidemment, le point d'application du vecteur \vec{g} reste attaché au centre de gravité de la pierre durant sa chute .

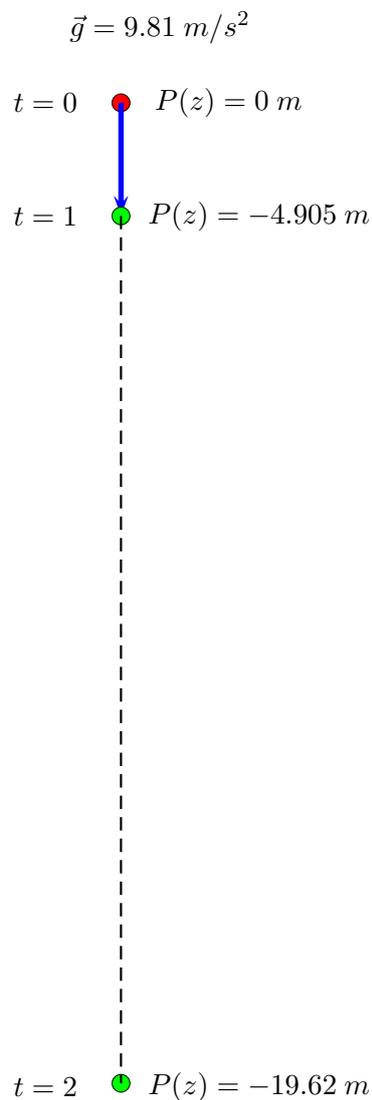


Figure 1.13 – La chute d'une pierre P sur Terre

À l'instant $t = 0$, c'est-à-dire juste au moment où le lycéen lâche la pierre, celle-ci se trouve en P_0 et sa vitesse est nulle. Mais dès ce moment, le vecteur accélération \vec{g} va jouer son rôle en *produisant* de la vitesse qui augmentera progressivement avec le temps. Nous savons déjà que dans un mouvement uniformément accéléré, la vitesse est égale au produit

$$\vec{v} = \vec{g} \times t$$

Après 1 seconde, la longueur du vecteur vitesse \vec{v} sera $9,81 \text{ m/s}$ et 4 secondes plus tard, son module aura atteint la valeur de $49,05 \text{ m/s}$. Et ainsi de suite... Le vecteur \vec{v} est colinéaire du vecteur \vec{g} . La direction et le sens du vecteur \vec{v} ne change pas ; dès lors, le mouvement de la pierre est rectiligne. Le point d'application

de \vec{v} est aussi attaché au centre de gravité de la pierre. Seule la longueur de \vec{v} croît proportionnellement avec le temps t que dure la chute.

1.18. Composition de deux mouvements rectilignes uniformes

La composition de deux mouvements rectilignes uniformes est une affaire de vecteurs. Dans le cas d'un MRU, le vecteur « vitesse » est constant. Dès lors, la composition de deux MRU se résume à faire la somme des deux vecteurs constants. Dès lors, on a :

$$\vec{V}_r = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 \quad (1.6)$$

Le vecteur \vec{V}_r représente la vitesse résultante de la composition des deux mouvements.

À titre d'exemple, soit un système de référence rectangulaire formé des vecteurs unitaires \vec{u}_x et \vec{u}_y et deux vecteurs définis comme suit : $\vec{V}_1 = 5 \times \vec{u}_x + 4 \times \vec{u}_y$ et $\vec{V}_2 = 2 \times \vec{u}_x + 8 \times \vec{u}_y$. Quelles sont les coordonnées du vecteur résultant \vec{V}_r ? Le calcul vectoriel nous permet de trouver la réponse : $\vec{V}_r = (5 + 2) \times \vec{u}_x + (4 + 8) \times \vec{u}_y = 7 \times \vec{u}_x + 12 \times \vec{u}_y$. La figure ci-dessous montre la solution graphique du problème.

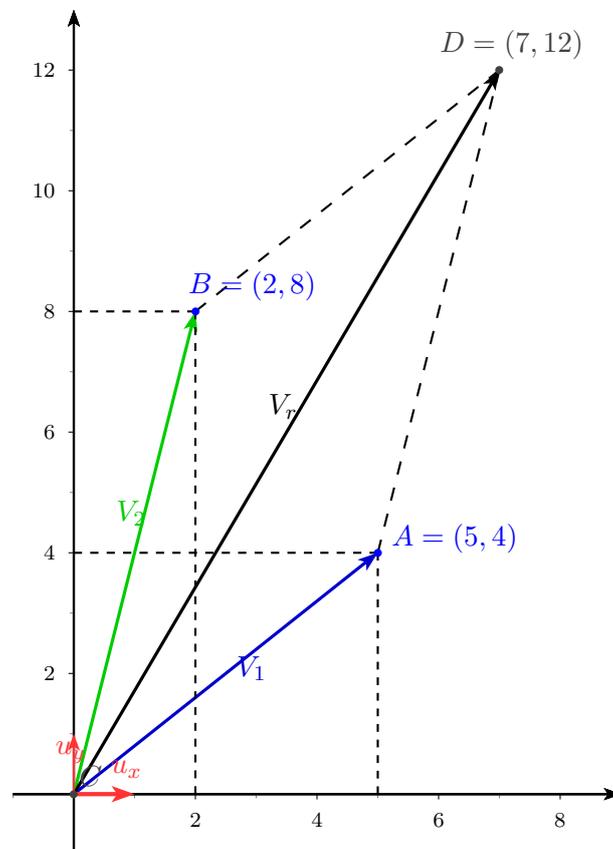


Figure 1.14 – Composition de vitesses

On constate que chaque composante de la vitesse résultante est égale à la somme des composantes respectives des deux vitesses \vec{V}_1 et \vec{V}_2 . Maintenant, nous pouvons écrire les équations du mouvement suivantes :

$$\begin{cases} x(t) = 7 \times t \\ y(t) = 12 \times t \end{cases}$$

Dans ce système d'équations, le chiffre 7 représente la vitesse de la particule dans la direction horizontale, celle de \vec{u}_x , soit 7 m/s et la seconde équation nous indique que la particule se déplace verticalement à

la vitesse de 12 m/s . Nous sommes maintenant capables de calculer les coordonnées de la particule à un instant t quelconque. Par exemple, à l'instant $t = 47 \text{ s}$, les coordonnées de la particule seront :

$$\begin{cases} x(47) = 7 \times t = 7 \times 47 = 329 \text{ m} \\ y(47) = 12 \times t = 12 \times 47 = 564 \text{ m} \end{cases}$$

1.18.1. Problème

Un nageur a l'intention de traverser une rivière dont il estime le courant à $0,75 \text{ m/s}$. La rivière a une largeur de 100 m . Le nageur sait qu'il est capable de nager à la vitesse de $1,5 \text{ m/s}$. Les questions sont les suivantes :

1. Quelle direction doit-il choisir pour que sa trajectoire soit perpendiculaire à la rivière ?
2. Combien de temps mettra-t-il pour traverser la rivière ?

Solution

Sur la figure ci-dessous, il y a :

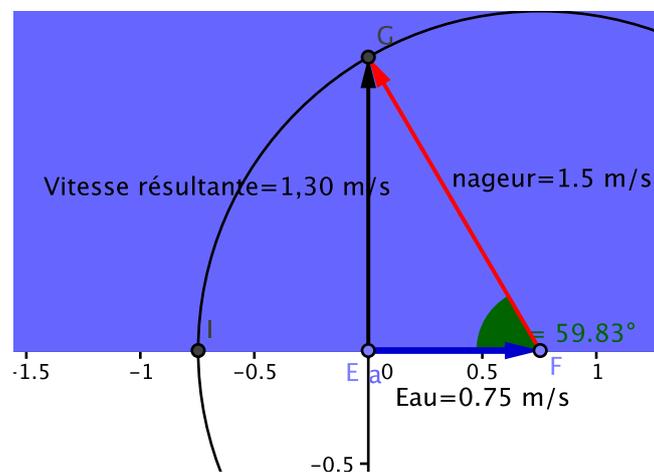


Figure 1.15 – Le nageur

1. Le vecteur bleu représente la vitesse du courant de la rivière.
2. À l'extrémité de ce vecteur, on trace un cercle d'un rayon égal à la vitesse du nageur.
3. À l'origine du vecteur bleu, on trace une droite perpendiculaire à la rive de la rivière.
4. L'intersection du cercle et de la perpendiculaire définit l'extrémité du vecteur rouge représentant la vitesse du nageur.
5. Le vecteur noir représente la somme des deux vecteurs, c'est-à-dire la composition des deux mouvements.

Considérons le triangle EFG et calculons à l'aide du théorème de Pythagore la longueur du vecteur EG qui est la vitesse qui résulte de la somme des deux vecteurs. On a :

$$EG = \sqrt{FG^2 - EF^2} = \sqrt{1,5^2 - 0,75^2} = 1,3 \text{ m/s}$$

La composition des deux vitesses : vitesse de l'eau et vitesse du nageur aboutit à une vitesse résultante égale à $1,3 \text{ m/s}$. Calculons maintenant l'angle \hat{F} donnant la direction que le nageur doit suivre pour qu'il en résulte une trajectoire perpendiculaire à la rivière. La trigonométrie nous permet d'écrire :

$$\sin \hat{F} = \frac{EG}{FG} = \frac{1,3}{1,5} = 0,866$$

$$\hat{F} = \arcsin 0,866 \simeq 60^\circ$$

1.19. Le Tir horizontal

Si l'on néglige les frottements de l'air sur la particule, on peut admettre que le tir horizontal se résume à la composition de deux mouvements, à savoir : un mouvement horizontal rectiligne uniforme de vitesse V et un mouvement vertical uniformément accéléré dû à l'attraction terrestre, identique à la chute verticale d'un corps.

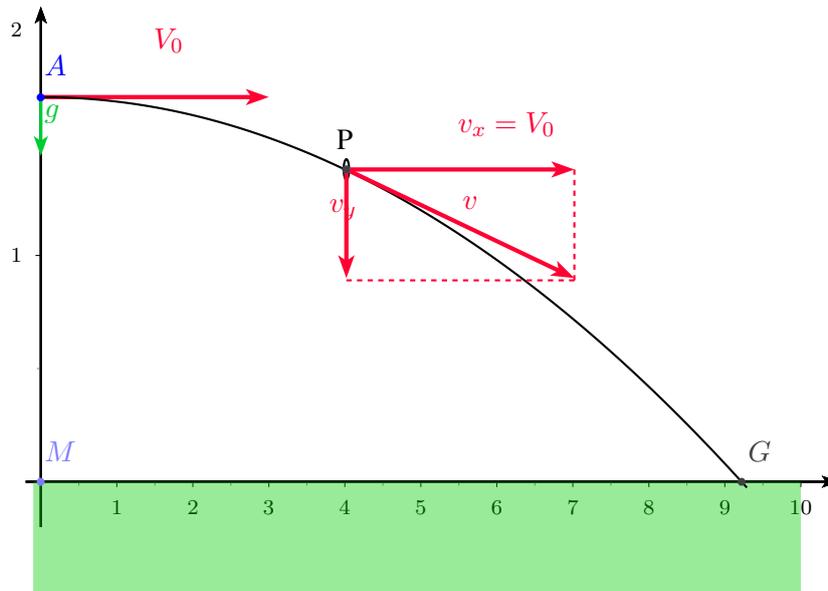


Figure 1.16 – Le tir horizontal

Imaginons un engin capable de lancer horizontalement une particule P d'une certaine hauteur h , à une vitesse initiale V_0 . Les équations de mouvement sont

$$\begin{cases} x(t) = V_0 \times t \\ y(t) = h - \frac{g}{2} \times t^2 \end{cases} \quad (1.7)$$

avec $|\vec{g}| = 9,81 \text{ m/s}^2$ (accélération due à la force d'attraction terrestre).

Les équations de mouvement permettent évidemment de déterminer les coordonnées de la particule à chaque instant t , mais aussi de calculer directement l'instant t_0 de l'impact de la particule P sur le sol en posant $y(t_0) = 0$. On a

$$\begin{aligned} y(t_0) &= 0 \\ 0 &= h - \frac{g}{2} t_0^2 \end{aligned}$$

$$t_0 = \sqrt{\frac{2 \times h}{g}}$$

En remplaçant t_0 dans la première équation de mouvement, on obtient la valeur de la portée. Celle-ci vaut

$$x(t_0) = V \times \sqrt{\frac{2 \times h}{g}}$$

1.19.1. Exemple

a) Calculons la portée pour une particule lancée à la vitesse $V = 100 \text{ m/s}$, d'une hauteur de 300 m.

Solution

Le résultat est :

$$x(t_0) = V \times \sqrt{\frac{2 \times h}{g}} = 100 \times \sqrt{\frac{2 \times 300}{9,81}} = 782 \text{ m}$$

b) le même tir, mais seulement à une hauteur de 100 m

Solution

La portée est égale à

$$x(t_0) = V \times \sqrt{\frac{2 \times h}{g}} = 100 \times \sqrt{\frac{2 \times 100}{9,81}} = 452 \text{ m}$$

On constate que la portée s'est réduite sensiblement. Si l'on considère le domaine militaire, on peut affirmer qu'avec un canon, plus on est haut et plus on tire loin ! De là, toute l'importance de l'occupation des points culminants dans la stratégie militaire.

1.20. Le mouvement angulaire

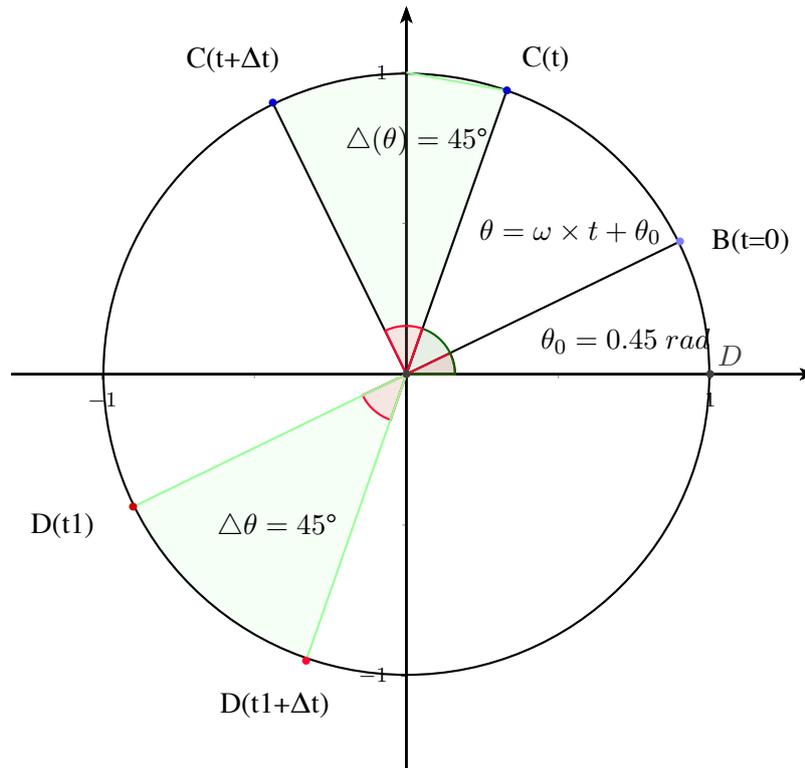


Figure 1.17 – Le mouvement angulaire uniforme

Soit un disque de centre O sur lequel on a tracé un rayon OB . A l'instant $t=0$, l'angle $D\hat{O}B$ vaut θ_0 . A ce même instant, à l'aide d'un moteur électrique, on enclenche la rotation du disque autour de son centre.

Nous ne savons pas si la vitesse de rotation est constante et quelle en est sa valeur. A l'aide d'appareils photographiques, nous obtenons la position du rayon OB aux instants $t, t+\Delta t, t_1, t_1+\Delta t$ avec $\Delta t = 0,1\text{ s}$. Nous constatons que les amplitudes de l'angle parcouru par OB entre t et $t + \Delta t$ et entre $t_1, t_1 + \Delta t$ sont les mêmes. Conclusion : le disque a une vitesse angulaire constante valant

$$\omega = \Delta\theta/\Delta t = 45^\circ/0,1 = 450^\circ/\text{s}$$

En physique, on utilise aussi le radian pour exprimer l'amplitude d'un angle. Sachant que $360^\circ = 2\pi$ radians, ω vaut $\frac{5\pi}{2}$, soit $7,85\text{ rad/s}$.

Il est facile d'écrire l'équation générale du mouvement du rayon OB en fonction du temps et de la condition initiale, on a

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega \times t \quad (1.8)$$

et, dans le cas de notre exemple, on écrira :

$$\theta(t) = 0,45 + 7,85 \times t$$

Exemple :

Calculer la vitesse angulaire d'un rayon tournant à la vitesse de 1500 tours par minute.

– Une minute vaut 60 secondes, dès lors le nombre de tours par seconde est égal à $1500/60 = 25\text{ tr/s}$.

– 1 tour vaut 2π radians.

– En multipliant les deux nombres précédents, on obtient la réponse suivante : $\omega = 25 \times 2\pi = 157 \text{ rad/s}$.

La formule ci-dessous vous donne la vitesse angulaire d'un mobile faisant N tours par minute.

$$\omega = \frac{\pi \times N}{30} (\text{rad/s}) \quad (1.9)$$

1.21. Le mouvement circulaire uniforme

La figure ci-dessous montre une particule P suivant une trajectoire circulaire de rayon R avec une vitesse angulaire ω constante.

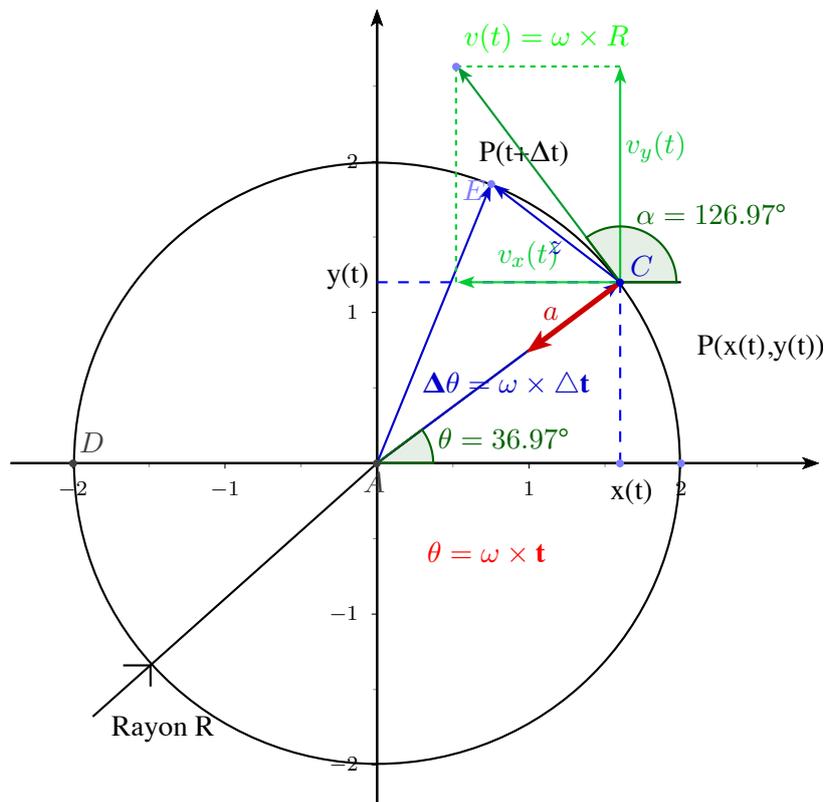


Figure 1.18 – Le mouvement circulaire

La position de la particule est déterminée par ses coordonnées x et y dont les équations en fonction de t sont

$$x(t) = R \times \cos(\omega \times t)$$

$$y(t) = R \times \sin(\omega \times t)$$

Calculons la vitesse instantanée de la particule à l'instant t. Pour cela, nous devons en calculer ses composantes, soient $v_x(t)$ et $v_y(t)$ à l'aide des limites suivantes

$$v_x(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x(t)}{\Delta t} \times \vec{u}_x$$

$$v_y(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta y(t)}{\Delta t} \times \vec{u}_y$$

On aboutit aux résultats suivants :

$$v_x(t) = -\omega \cdot R \times \sin(\omega \cdot t) \cdot \vec{u}_x$$

$$v_y(t) = \omega \cdot R \times \cos(\omega \cdot t) \cdot \vec{u}_y$$

Le module de la vitesse $|v(t)|$ est égal à l'hypoténuse du triangle FSC ; en appliquant le théorème de Pythagore, il vient

$$|v(t)| = \sqrt{|v_x(t)|^2 + |v_y(t)|^2}$$

Le résultat se réduit à la formule suivante

$$|v(t)| = \omega \cdot R \tag{1.10}$$

En multipliant les deux membres de l'équation précédente par un certain laps de temps, par exemple Δt , on obtient

$$v(t) \times \Delta t = \omega \cdot \Delta t \times R$$

Or, le premier membre de la relation précédente exprime le chemin parcouru par la particule pendant l'intervalle de temps Δt et son second membre la longueur d'un arc de cercle de rayon R ayant un angle au centre $\theta(\Delta t)$ égal au produit de la vitesse angulaire ω par Δt . Cette relation est semblable à celle du mouvement rectiligne uniforme, le chemin parcouru est toujours proportionnel au produit de la vitesse et du temps qui passe. Mais, dans le premier cas, le chemin parcouru est un segment de droite, alors que dans le second, il s'agit d'un arc de cercle.

Pour calculer l'angle θ (angle du vecteur v par rapport à l'axe des abscisses), la trigonométrie nous permet d'écrire la relation suivante

$$\tan \theta = -\frac{1}{\tan(\omega \cdot t)} \tag{1.11}$$

La valeur de θ est égale au coefficient angulaire de la droite tangente passant par le point où se trouve la particule, cela démontre que le vecteur \vec{v} est toujours tangent à la trajectoire de la particule.

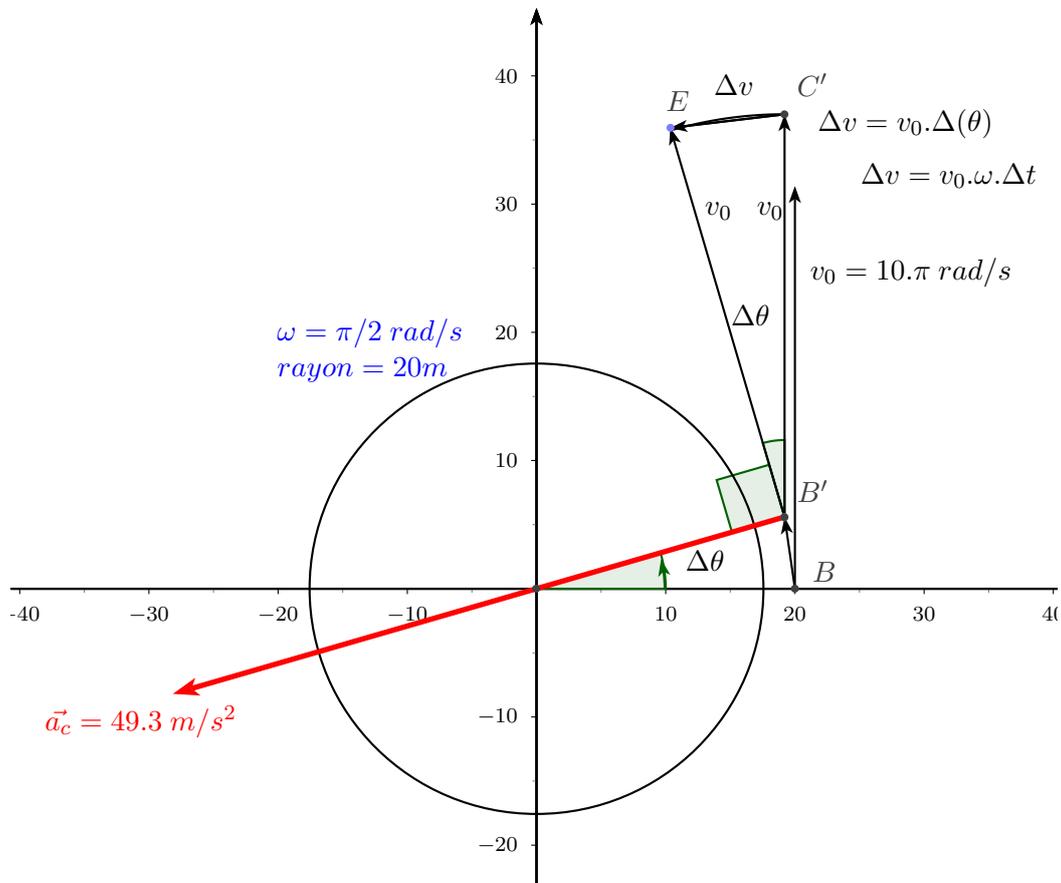


Figure 1.19 – L'accélération centripète \vec{a}_c

Mais attention, le vecteur « vitesse » à *lui-seul* ne suffit pas à expliquer le mouvement circulaire. En effet, tout corps quel qu'il soit, soumis uniquement à un vecteur \vec{v} ne peut effectuer qu'un mouvement rectiligne.

Dans le cas d'une trajectoire circulaire, le vecteur \vec{v} doit pivoter de manière à incurver la trajectoire suivie par la particule. Le vecteur \vec{v} change donc au cours du temps, puisqu'il fait une rotation de $2.\pi$ radians à chaque fois que la particule effectue un tour. Ce *changement de vitesse par rapport à t* indique l'existence d'un vecteur d'accélération \vec{a} , absolument nécessaire à la rotation du vecteur \vec{v} . Le vecteur \vec{a} ne peut pas provoquer d'augmentation de la vitesse $v(t)$ puisqu'elle est constante. Dès lors, le vecteur \vec{a} *doit être obligatoirement perpendiculaire au vecteur \vec{v} et orienté vers le centre afin que le vecteur \vec{v} tourne autour de celui-ci.* L'accélération \vec{a} , dirigée vers le centre, est appelée *accélération centripète*.

Pour établir la formule donnant le module de l'accélération centripète \vec{a}_c , analysons la figure. Il s'agit d'un mouvement circulaire à vitesse angulaire ω constante égale à $\frac{\pi}{2}$ rad/s, ayant un rayon R de 20 m. Le module de la vitesse « tangentielle » est calculé avec la formule : $|\vec{v}| = \omega.R = \frac{\pi}{2} \times 20 = 31,4 \text{ m/s}$. D'une manière générale, l'accélération a été définie comme le taux de modification du vecteur \vec{v} en fonction du temps. L'accélération est une fonction de t et comme la vitesse instantanée, l'accélération à un instant t est une valeur limite définie comme suit

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad (1.12)$$

Lorsque $\Delta t \Rightarrow 0$, $\Delta \theta \Rightarrow 0$. À la limite, le vecteur $\Delta \vec{v}$ (C'E sur la fig) se confond parfaitement avec l'arc de cercle correspondant au déplacement de l'extrémité « C' » du vecteur \vec{v} lors de sa rotation $\Delta \theta$. La variation de la vitesse $\Delta \vec{v}$ est égale à celle de l'arc de cercle qui vaut

$$\Delta \vec{v} = \vec{v} \times \Delta \theta = \omega.R \times \omega.\Delta t = \omega^2.R \times \Delta t$$

D'où

$$\vec{a}_c = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\omega^2.R \times \Delta t}{\Delta t} = \omega^2.R = \frac{v^2}{R}$$

$$|\vec{a}_c| = \omega^2.R \text{ ou } \frac{v^2}{R} \quad (1.13)$$

Avec les valeurs de l'exemple, on trouve $a_c = \frac{31,4^2}{20} = 49,3 \text{ m/s}^2$.

1.22. Le principe de relativité

L'étude des mouvements nécessite le choix d'un système de coordonnées de référence. Si on prend un système de référence quelconque, l'espace est non homogène et anisotrope. Cela signifie que même un corps ne subissant aucune action extérieure (aucune interaction avec autre chose), ses positions et ses différentes orientations ne seront pas équivalentes du point de vue mécanique. Il en sera de même pour le temps qui ne sera pas uniforme, c'est-à-dire que ses différents instants ne seront pas équivalents. Considérons l'exemple d'un individu en action de pêche, assis dans sa barque au milieu d'un petit étang, en bordure duquel se trouve un restaurant. À cause d'un vent assez soutenu, une petite houle s'est formée sur l'étang entraînant avec elle la barque dans un mouvement ondulatoire à la surface de l'eau. Si nous choisissons la barque comme origine de notre système de référence et le pêcheur comme observateur d'événements, ce dernier verra l'enseigne du restaurant décrire un mouvement pratiquement vertical. En train de descendre quand la barque monte, marquant un instant de repos lorsque la barque est au sommet de la vague et ensuite, de commencer une remontée lorsque la barque amorçe sa descente sous l'effet de la houle et ainsi de suite. Pourtant, un observateur « terrien » situé en bordure de l'étang constatera que l'enseigne du restaurant ne bouge pas ; elle est au repos et ce, quel que soit l'instant t considéré. Alors que pour le pêcheur, l'enseigne est seulement au repos qu'à des instants particuliers. Pour le pêcheur, le

temps n'est donc pas uniforme. En effet, comment peut-il comprendre qu'à certains moments, l'enseigne du restaurant s'arrête et ensuite redémarre alors qu'aucune force ou interaction n'agit sur elle. Le système de référence du pêcheur ne permet pas de décrire les lois du mouvement d'une manière cohérente.

Cependant, il est toujours possible de trouver un système de référence par rapport auquel l'espace sera homogène, isotrope et le temps uniforme. Un tel système est dit « galiléen ». ³. En particulier, dans un système galiléen, une particule libre et au repos à un instant donné restera au repos indéfiniment. Une particule « libre » signifie qu'elle n'est soumise à aucune influence extérieure.



Figure 1.20 – Galilée 1564-1642

En choisissant un autre système galiléen animé d'un mouvement rectiligne uniforme par rapport au premier, les lois du mouvement seront les mêmes que dans le système initial. Nous arrivons ainsi à la conclusion qu'une particule libre se déplacera avec une vitesse \vec{v} constante qui signifie que la vitesse est constante en grandeur et en direction. Ce type de mouvement est le mouvement rectiligne uniforme. le repos étant le cas particulier du MRU à vitesse nulle. Cette affirmation est appelée **principe d'inertie**. Ainsi, il existe une infinité de systèmes galiléens animés les uns par rapport aux autres d'un MRU. Dans ces systèmes, les propriétés de l'espace et du temps sont les mêmes. Et par voie de conséquence, toutes les lois de la Mécanique y sont également les mêmes. Ceci constitue le principe de relativité de Galilée.

Ce principe de relativité qui est un des principes les plus importants de la Mécanique nous permet d'affirmer :

1. il n'existe aucun système de référence « absolu ».
2. Les coordonnées (x, y, z) et (x', y', z') d'un même point dans deux systèmes de référence galiléens S et S' dont le second se déplace par rapport au premier avec une vitesse V constante sont liées par les relations suivantes :

$$\begin{cases} x(t) = x'(t') + V_x \times t' \\ y(t) = y'(t') + V_y \times t' \\ z(t) = z'(t') + V_z \times t' \end{cases} \quad (1.14)$$

où V_x, V_y, V_z sont les composantes de V dans le système de référence S.

3. En Mécanique classique, on admet que le temps s'écoule de la même façon dans tous les systèmes de référence galiléens. Aussi, le temps a un caractère « absolu ». L'hypothèse du temps absolu n'est formulée qu'en Mécanique classique. ⁴ On pose dès lors la relation suivante :

$$t = t' \quad (1.15)$$

Les formules 17 et 18 sont appelées transformations de Galilée. En guise de conclusion, disons que **le principe de relativité implique l'invariance des équations de mouvement par rapport aux transformations de Galilée.**

3. les systèmes « galiléens » s'appellent aussi systèmes « inertiels »

4. L'hypothèse d'un temps absolu n'est plus vraie en Mécanique relativiste.

1.23. Illustration de la notion de relativité du mouvement

Considérons une particule tombant sous l'effet de l'accélération due à l'attraction terrestre $\vec{g} = 9,81 \text{ m/s}^2$. Dans le système de référence plan Oxy, le \vec{g} est parallèle à l'axe Oy, orienté vers le bas. La hauteur de la particule au moment $t=0$ est égal à 60 m.

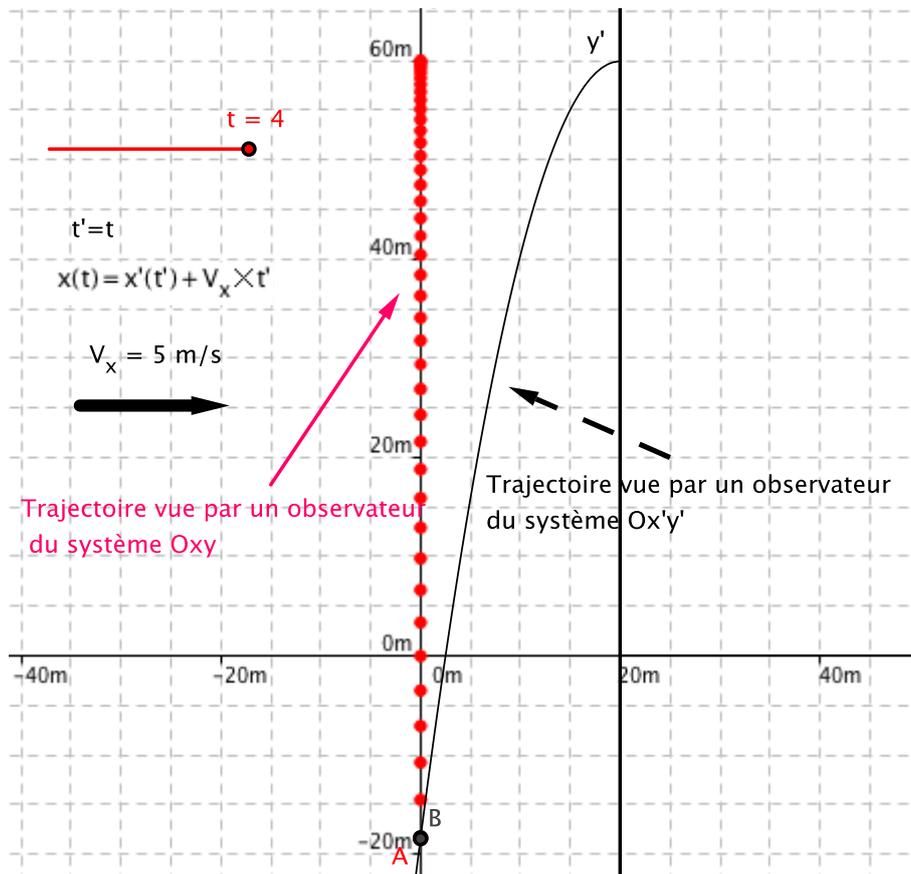


Figure 1.21 – Le principe de la relativité

L'observateur associé au système I (Oxy) verra tomber verticalement la particule selon un MRUA.

Mais l'autre observateur associé au système de référence II ($O'x'y'$) se déplaçant vers la droite avec une vitesse constante $V_x = 5 \text{ m/s}$ verra la particule décrire une trajectoire parabolique. Cette trajectoire est tout-à-fait normale ; elle résulte simplement de la combinaison des deux mouvements exécutés dans un même plan, et perpendiculaires entre-eux : la chute verticale de la particule suivant un mouvement MRUA et le MRU horizontal de l'observateur associé à $O'x'y'$.

Vérifions l'invariance des équations de mouvement par rapport aux transformations de Galilée. Dans le système I, les équations du mouvement sont

$$\begin{cases} x(t) = 0 \\ y(t) = 60 - g \times t^2/2 \end{cases} \quad (1.16)$$

Les transformations de Galilée sont les relations 1.18 et 1.19. En les appliquant à notre exemple, on a

$$\begin{cases} x(t) = x'(t') + V_x \times t' \Rightarrow x'(t') = -5 \times t' \\ y(t) = y'(t') + V_y \times t' \Rightarrow y'(t') = y(t) \end{cases}$$

Dans le système II, les équations du mouvement sont

$$\begin{cases} 0 = x'(t') + 5 \times t' \Rightarrow x'(t') = -5 \times t' \\ y'(t') = y(t) = 60 - g \times t'^2/2 \end{cases}$$

En résumé, nous avons les éléments suivants :

1. Dans le système Oxy, les équations de mouvement sont :

$$\begin{cases} x(t) = 0 \\ y(t) = 60 - g \times t^2/2 \end{cases}$$

2. Dans le système Ox'y', les équations de mouvement sont :

$$\begin{cases} x'(t') = -5 \times t' \\ y'(t') = y(t) = 60 - g \times t'^2/2 \end{cases}$$

3. Nous constatons que $y(t)=y'(t')$, seules les relations $x(t)$ et $x'(t')$ semblent différentes. Calculons $x(t)$ à partir de $x'(t')$ en utilisant la première relation des transformations, on a :

$$x(t) = x'(t') + V_x \times t'$$

$$x(t) = x'(t') + 5 \times t'$$

Remplaçons $x'(t')$ par son expression dans le système Ox'y' : $x'(t) = -5 \times t'$, il vient :

$$x(t) = -5 \times t' + 5 \times t' = 0$$

$$x(t) = 0$$

On retrouve la première équation de mouvement dans le système Oxy. Il y a donc bien invariance des équations de mouvement. Les deux observateurs peuvent alors se mettre d'accord sur le fait que leurs équations respectives, quoique différentes puisque rattachées à deux systèmes de référence différents, sont en fait les mêmes lorsqu'on les transforme pour les faire passer d'un système de référence à l'autre.

CQFD !

1.24. Exercices

Afin de vous entraîner à résoudre quelques exercices, je vous invite à consulter le site WEB suivant : [Exercices à résoudre](#)

1.25. Savoirs & savoir-faire

Par définition, les savoirs sont l'ensemble des connaissances acquises par l'étude.

1.25.1. Savoir

Savoir définir et/ou expliquer :

1. un système de coordonnées 3D ;
2. ce qu'est la trajectoire d'un point matériel P du point de vue physique ;
3. les équations générales d'une trajectoire d'un point matériel P.
4. le principe du vernier d'un pied à coulisse.
5. le principe du micromètre.
6. la notion du temps.
7. ce qu'est un mouvement périodique.

8. la notion de repos.
9. l'équation du mouvement rectiligne uniforme.
10. le diagramme vitesse — temps de mouvements rectilignes uniformes.
11. définir un diagramme vitesse — temps d'un mobile en MRU.
12. démontrer ce que représente la surface située sous la courbe de $v(t)$ entre deux instants t_0 et t_1 .
13. tracer le diagramme vitesse — temps de mouvements rectilignes uniformes.
14. définir un diagramme vitesse — temps d'un mobile.
15. définir ce qu'est la vitesse instantanée.
16. définir le MRUA à partir de la formule exprimant l'accélération en fonction du temps.
17. définir la formule générale du MRUA donnant $x(t)$ en fonction de x_0, v_0 etc.
18. définir le module de la vitesse tangentielle en fonction de w et de R .
19. définir la vitesse angulaire et sa formule.
20. définir l'accélération centripète et sa formule en fonction de w et de R .
21. définir le système d'équations qui permet de passer d'un système de référence inertiel à un autre.
22. définir ce qu'est un vecteur.
23. connaître la valeur et l'unité du vecteur \vec{g} aux basses altitudes.
24. définir l'équation vectorielle de la loi de composition de deux vecteurs.
25. définir le système d'équations du tir horizontal.
26. définir la vitesse angulaire et sa formule.

1.25.2. Savoir-faire

Être capable :

1. d'utiliser un palmer, un pied à coulisse ou un mètre.
2. savoir calculer le volume d'une pièce ayant la forme d'un parallélépipède, d'un cube, d'une sphère ou d'un cylindre.
3. calculer la distance qui séparent deux points de coordonnées (x_1, y_1, z_1) et (x_2, y_2, z_2) .
4. d'utiliser un chronomètre.
5. de résoudre des problèmes faisant intervenir des mouvements rectilignes uniformes.
6. Tracer le diagramme espace — temps de mouvements rectilignes uniformes.
7. calculer la distance parcourue entre deux instants par un mobile en MRU.
8. tracer le diagramme $v(t)$ du MRUA.
9. résoudre des problèmes combinant un MRU et un MRUA.
10. résoudre un problème de composition de 2 MRU.
11. calculer la vitesse angulaire de la Terre autour de son axe de rotation.
12. calculer le nombre de tours par minute d'un objet qui tourne avec une vitesse angulaire donnée.
13. calculer l'accélération centripète d'une particule qui décrit un mouvement circulaire de rayon R avec une vitesse angulaire w .
14. d'utiliser les équations de transformations de Galilée pour établir les équations de mouvement d'une particule dans un système de référence S' en partant des équations données dans le système S .

2.1. Introduction

La dynamique est la partie de la Mécanique qui établit le lien entre les forces qui agissent sur un corps et le mouvement de ce dernier.

2.2. L'évolution des idées à propos de la dynamique

Aujourd'hui, la compréhension du mouvement vous semble peut-être évidente. Eh bien, sachez que le mouvement fût un problème totalement incompris pendant plusieurs siècles.

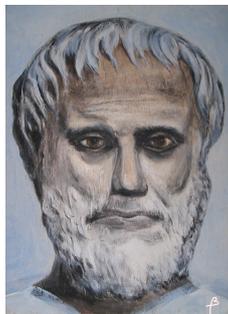


Figure 2.1 – Aristote 384 av. J.-C. — 322 av. J.-C.

[2]

C'est le grand philosophe grec Aristote, vivant au IV^e siècle av. J.-C. qui aurait soutenu que par la seule réflexion, on pouvait comprendre toutes les lois qui régissent l'Univers . Cette affirmation aboutissait à la conclusion qu'il n'était pas nécessaire de réaliser des expériences afin de confirmer les lois établies par l'analyse théorique.

En outre, Il aurait écrit que :

Le corps en mouvement s'arrête quand la force qui le pousse ne peut plus agir de façon à le pousser.

Cette affirmation basée sur l'idée intuitive que si je désire induire un certaine vitesse à un corps, il faut le pousser. Dès lors, on peut ainsi imaginer que plus la force de la poussée est grande et plus la vitesse de l'objet l'est aussi.

Aristote en conclut qu'il existe une *relation directe entre la force et la vitesse*. À force nulle correspond une vitesse nulle ; les objets que l'on observe autour de nous ne restent-ils pas bien à leur place si on ne les pousse pas. Et un chariot tiré par quatre chevaux ne va-t-il pas plus vite que s'il était tiré par un seul cheval.

De ce qui précède, nous pourrions tirer la conclusion suivante : un corps lourd devrait tomber plus vite qu'un corps léger.

Évidemment, cette conclusion ne fût jamais vérifiée par l'expérimentation du vivant d'Aristote, puisqu'il considérait l'expérimentation comme une chose inutile.

Toutefois, Aristote lui-même rencontra une difficulté majeure lorsqu'on lui demanda d'expliquer le mouvement de la flèche, dont on ne comprenait pas pourquoi, elle pouvait continuer sa trajectoire après avoir été lancée par l'archer.

Après sa mort, pendant plusieurs centaines d'années, les théories d'Aristote faisaient encore autorité dans toute l'Europe et personne n'eût l'idée d'en vérifier le bien-fondé en réalisant des expériences.

2.3. Les expériences et conclusions de Galilée

C'est Galilée qui démontra par *l'expérience* que tous les corps, quels que soient leurs poids, tombaient dans le vide, avec le même mouvement vertical uniformément accéléré. Précisons que le poids d'un corps est la force due à la présence de la Terre qui crée autour d'elle, un champ de gravitation. Ainsi, Galilée fût le premier à comprendre qu'*une force qui agit sur un corps ne définit pas sa vitesse, mais bien l'accélération subie par le corps*.

Or, il est facile de mesurer cette accélération \vec{g} due la gravité créée par la Terre, il suffit pour cela de laisser tomber un poids suffisamment lourd pour qu'il ne soit trop ralenti par le frottement de l'air lors de sa chute.

En mesurant à la fois la hauteur et le temps de sa chute, la cinématique permet de calculer la valeur de \vec{g} avec la formule suivante :

$$|\vec{g}| = \frac{2 \times h}{t^2}$$

Si vous faites l'expérience, vous obtiendrez une valeur de g voisine de 9.81 m/s^2 qui est la valeur nominale de g . De faibles variations de la valeur de g se justifient par l'altitude à laquelle on se trouve, mais aussi par le fait que la Terre n'est pas une sphère parfaite.

En effet, elle tourne autour de l'axe Nord-sud et lors de son refroidissement, les forces centrifuges ont surtout influencer les zones proches de l'équation et très peu les zones polaires. Ces dernières sont donc plus proches du centre de gravité de la Terre et la valeur de g des zones polaires est de l'ordre de 9.83 m/s^2 , alors qu'à l'équateur, g est proche de 9.78 m/s^2

Le résumé des expériences de Galilée peut s'écrire comme suit :

$$\frac{\vec{F}_1}{m_1} = \frac{\vec{F}_2}{m_2} = \frac{\vec{F}_3}{m_3} = \vec{g}$$

Dès lors, nous pouvons affirmer que la Terre attire tous les corps qui se trouve à sa surface avec une force égale à :

$$\boxed{\vec{P} = m \times \vec{g}} \quad (2.1)$$

Pour terminer cette section, lisons ce que Galilée écrivit dans ses « Deux nouvelles sciences » :

Une vitesse quelconque imprime un corps se conserve rigoureusement aussi longtemps que les causes extérieures d'accélération ou de ralentissement sont écartées, condition qui se réalise seulement dans un plan horizontal ; car dans les plans déclinés il existe déjà une cause d'accélération, tandis que dans les plans qui vont en montant il existe une cause de ralentissement. D'où, il suit que le mouvement sur un plan horizontal est perpétuel ; car, si la vitesse est uniforme, elle ne peut être affaiblie ni diminuée, et encore moins supprimée.

Il s'agit là d'expériences qu'on imagine se réaliser dans des conditions idéalisées, il n'est pris en compte aucune source susceptible de ralentir le mouvement comme par exemple l'air ambiant, ou la déformation du point de contact du corps mobile qui provoquerait une certaine résistance à l'avancement, etc. Mais, c'est justement en considérant de telles expériences idéalisées que l'on parvient à en tirer les principes fondateurs de la physique.

2.4. Les différents aspects d'une force

Dans la nature, les forces peuvent avoir des formes apparentes très différentes. Par exemple, la force musculaire d'un jardinier qui pousse une brouette, la force du vent qui fait tourner les éoliennes ou propulse les voiliers sur la mer, la force hydraulique d'une rivière qui entraîne les roues à aubes d'un moulin ou d'une petite centrale électrique. Le couvercle d'une marmite qui se soulève sous l'action de la force créée par la vapeur d'eau, etc. Ces exemples sont des cas de forces qui agissent par « contact », c'est-à-dire qu'il existe un contact direct entre le corps qui subit la force et le « générateur » de celle-ci ; par exemple, le jardinier, générateur de la force, la transmet à la brouette par l'intermédiaire de ses mains.

Mais, il existe d'autres forces capables d'agir à distance, c'est-à-dire sans qu'il n'y ait le moindre contact entre le corps qui subit la force et le « générateur » de celle-ci. La force magnétique d'un aimant qui attire les objets en fer ainsi que la force électrique qui existe entre deux charges électriques sont deux exemples de force qui agissent à distance. La force de gravitation est l'une des forces fondamentales de la physique, indispensable à la compréhension de l'Univers qui nous entoure.

2.5. La gravitation universelle

Partant des travaux de Kepler, Isaac Newton comprit que les orbites des planètes ne pouvaient s'expliquer que par l'existence d'une force d'attraction émanant du Soleil, agissant sur chacune des planètes qui gravitent autour de lui. Il en déduisit qu'à distance, les corps matériels exercent l'un sur l'autre une force d'attraction.



Figure 2.2 – Isaac Newton (1643-1727)

En 1666, il établit la loi de la gravitation universelle suivante :

Deux points matériels s'attirent l'un l'autre avec des forces directement opposées, dirigées suivant la ligne droite qui les joint et dont la grandeur commune est proportionnelle au produit de leurs masses et inversement proportionnelle au carré de la distance qui les sépare.

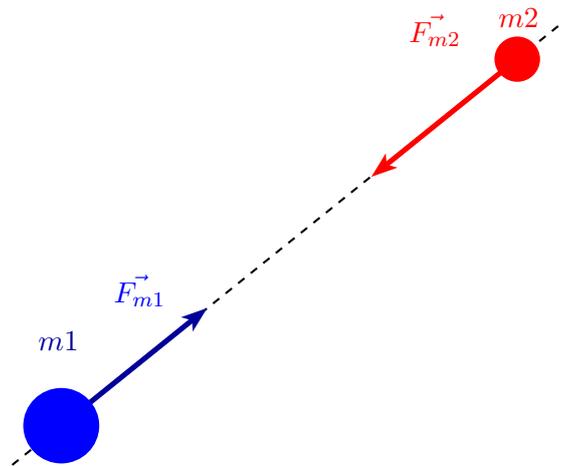


Figure 2.3 – La gravitation universelle

La traduction mathématique de cette loi est

$$\vec{F}_{m1} = G \times \frac{m1 \times m2}{d^2} \times \vec{u}_{12}$$

et

$$\vec{F}_{m2} = G \times \frac{m1 \times m2}{d^2} \times \vec{u}_{21}$$

Dans lesquelles,

1. F_{m1} et F_{m2} sont respectivement la force d'attraction exercée sur la masse $m1$ par la masse $m2$ et celle exercée sur $m2$ par $m1$. L'unité des forces est le Newton, de symbole N .
2. G est une **constante universelle**; elle vaut 6.67×10^{-11} . Elle s'exprime en $N.m^2.Kg^{-2}$.
3. Les masses $m1$ et $m2$ sont exprimées en Kg .
4. La distance d qui sépare les masses est exprimée en m .
5. Le vecteur \vec{u}_{12} est un vecteur unitaire ayant la direction de la droite qui joint les deux masses et son sens est orienté de $m1$ vers $m2$. Et vice et versa pour \vec{u}_{21}

La force \vec{F}_{m2} a la même longueur, la même direction que \vec{F}_{m1} , mais son sens est opposé à celui de \vec{F}_{m1} . Les deux forces sont donc opposées l'une à l'autre et leur somme est donc nulle. En résumé, on écrira :

$$\vec{F}_{m1} = -\vec{F}_{m2}$$

ou encore

$$\vec{F}_{m1} + \vec{F}_{m2} = 0$$

2.5.1. La mesure de la constante universelle G — Expérience de Cavendish

Tous les corps matériels s'attirent mutuellement, la formule de Newton qui permet de calculer la valeur de cette force est :

$$|\vec{F}| = G \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2}$$

Pour mesurer la valeur de G , Cavendish imagina un pendule de torsion équipés deux grosses billes fixes en plomb qui attirent deux plus petites billes attachées à un bras rigide en matière isolante, lui-même relié en son centre à un fil de torsion de faible diamètre.

Avec son pendule de torsion, Cavendish mesura l'angle de torsion du fil dont il avait mesuré la constante de torsion. Ensuite, il calcula la valeur de G , soit 6.67×10^{-11} . Cette expérience a aussi permis de connaître la masse de la Terre et fût appelée « la pesée de la Terre ».

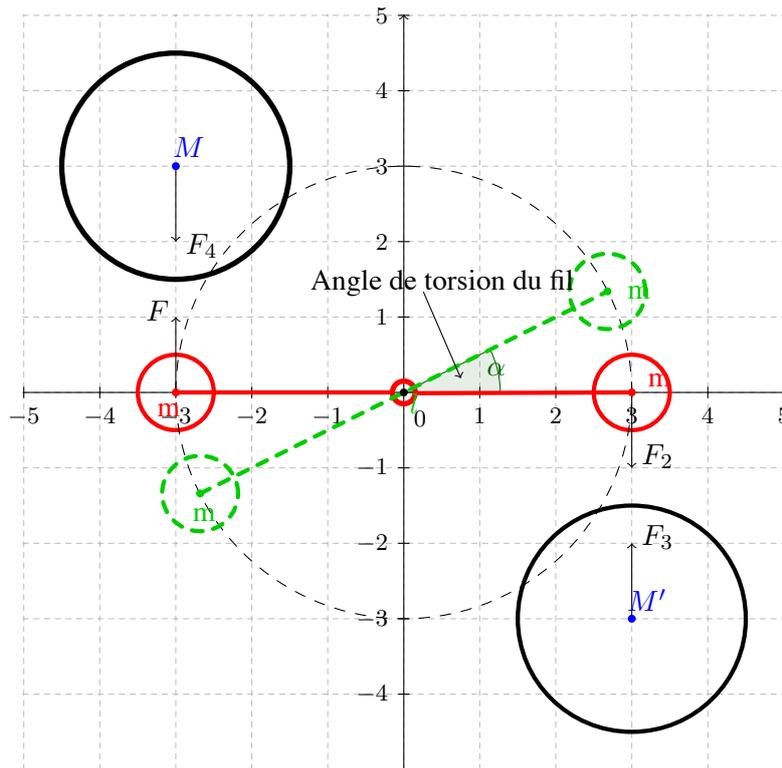


Figure 2.4 – La mesure de la constante universelle G
[1]

2.5.2. La trajectoire de la Terre autour du Soleil

Nous savons que la Terre est une planète qui tourne autour du Soleil sur une orbite plane de forme elliptique. Le plan de cette orbite est appelé l'écliptique. Lorsque la Terre est à son point le plus proche du Soleil (périhélie), elle est distante de 147 millions de km ; Au point le plus éloigné du Soleil (aphélie), elle se trouve à 152 millions de km.

On constate qu'il n'y a pas beaucoup de différence entre l'aphélie et le périhélie. Donc, l'orbite de la Terre est pratiquement assimilable à une circonférence ayant un rayon R égal à la moyenne arithmétique du périhélie et de l'aphélie, soit 149,5 millions de km. La longueur de l'orbite terrestre est égale à $L = 2 \times \pi \times R$, soit 939,33 millions de km ou encore $939,33 \times 10^6 \text{ km}$.

Par ailleurs, on apprend que la période d'une révolution entière, appelée année sidérale, vaut : $T = 365 \text{ j } 6 \text{ h } 9 \text{ mn } 10 \text{ s}$, soit 31558150 secondes. Ayant assimilé la trajectoire de la Terre à une circonférence,

nous pouvons aussi admettre que le mouvement de notre planète est circulaire et uniforme. Dès lors, la grandeur de la vitesse de la Terre sur son orbite est égale à la distance parcourue divisée par le temps mis pour la parcourir, soit la formule : $\|v\| = \frac{L}{T} = 29,765 \text{ km/s}$, soit 107154 km/h .

Eh ! oui, nous vivons sur une planète qui file à plus de 100.000 km/h , soit 300 fois plus vite que les avions modernes volant à 1000 km/h , et grosse surprise, nous n'en ressentons pas le moindre effet.

Cela peut s'expliquer comme suit : imaginons-nous assis confortablement dans un TGV roulant à *vitesse constante* sur un *tronçon rectiligne* dans une nuit tellement noire qu'on ne peut rien voir à travers les vitres. Dans ces conditions, nous sommes incapables de dire si nous roulons à 100 km/h ou à 300 km/h ? Nous ne ressentons aucune sensation qui nous permettrait de répondre à cette question ! Et si nous nous étions posé la même question à propos de la vitesse de la Terre avec laquelle nous voyageons à travers l'espace, nous n'aurions vraisemblablement pas imaginé que sa vitesse soit aussi grande.

Maintenant, le TGV aborde une courbe ; immédiatement, nous ressentons le changement de trajectoire à cause de la force centrifuge qui nous fait basculer du côté opposé au centre de la courbe. Cette force centrifuge est due à l'accélération centripète générée par la courbure de la trajectoire du train. Dès lors, on constate que les objets ne sont pas sensibles à la vitesse elle-même, mais seulement aux *variations de vitesse*, aussi appelées *accélérations*.

Notre planète avec nous, ses « habitants », tournons autour du Soleil en décrivant un mouvement circulaire uniforme. La cinématique nous a appris que le mouvement circulaire implique l'existence d'une accélération centripète dont la valeur est donnée par la formule suivante :

$$|\vec{a}_c| = \frac{V^2}{R}$$

Les données sont : vitesse de la Terre = 29765 m/s et rayon de l'orbite de la Terre : $149,5 \cdot 10^9 \text{ m}$.

Les calculs donnent le résultat suivant : accélération centripète = $5,93 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$.

Considérons maintenant, une personne ayant une masse de 100 kg , celle-ci subira une force centrifuge égale à $100 \times 5,93 \cdot 10^{-3} = 0,593 \text{ N}$, soit environ 0.6 N . Calculons le poids $\vec{P} = m \times \vec{g}$ de la personne en effectuant le produit de sa masse 100 kg multiplié par l'accélération due à la gravité symbolisée par le vecteur \vec{g} dont le module vaut $9,81 \text{ m/s}^2$. On obtient $|\vec{P}| = 981 \text{ N}$. Le rapport Force centrifuge/poids est inférieur à $1/1000$. Autrement dit, la force centrifuge subie par un terrien est plus de mille fois plus petite que son propre poids. C'est pourquoi, nous ne ressentons pas l'effet de la force centrifuge due à la courbure de la trajectoire de la Terre.

Maintenant, considérons le cas de la Terre dont la masse est nettement plus grande que celle d'un être humain. En effet, la masse de la Terre est approximativement égale à $M_{Terre} = 5.9736 \times 10^{24} \text{ Kg}$.

Calculons le force centrifuge qui agit sur elle, en appliquant la même formule : $|\vec{F}| = m_T \times |\vec{a}_c|$, on obtient le résultat suivant : $3,66139 \cdot 10^{21} \text{ N}$. C'est une force considérable puisqu'elle vaut 36614 milliards de milliards de N ou encore 3.6 milliards de milliards de tonne-force. Malgré l'existence de cette force centrifuge gigantesque, la Terre tourne sur son orbite autour du soleil depuis des millénaires. L'explication est simple. La force centrifuge est intégralement compensée par la force de gravitation créée par le Soleil ; il attire la Terre avec une force opposée de même grandeur que la force centrifuge subie par la Terre.

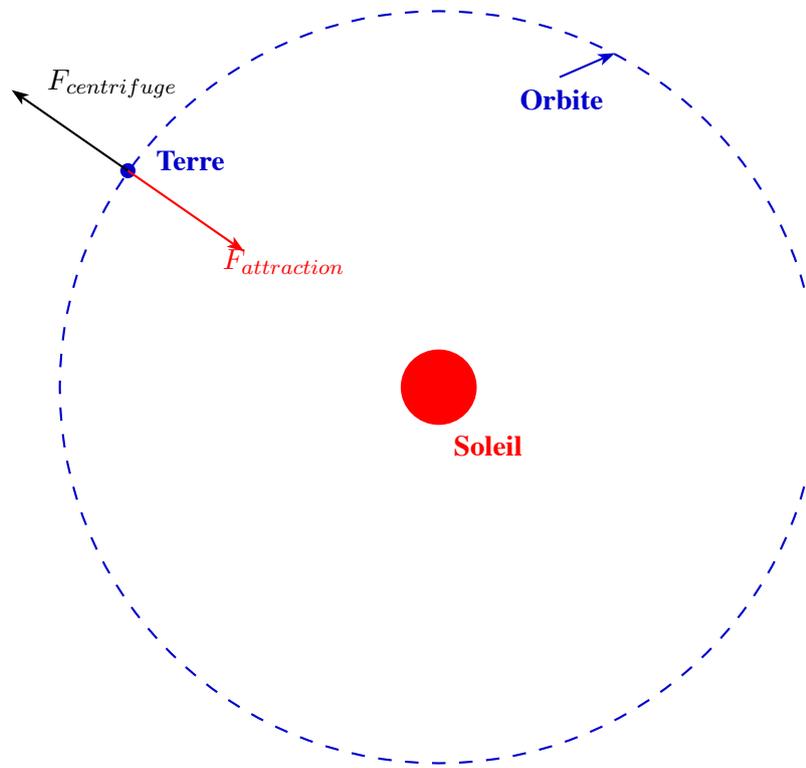


Figure 2.5 – La trajectoire de la Terre autour du Soleil

En partant du principe que la force de gravitation due au Soleil doit être opposée et égale à la force centrifuge de manière à obtenir une résultante nulle, on peut écrire :

$$\vec{F}_g + \vec{F}_c = 0$$

Ces deux vecteurs ont donc le même module, cela donne :

$$|\vec{F}_g| = |\vec{F}_c|$$

En remplaçant $|\vec{F}_g|$ et $|\vec{F}_c|$ par leurs expressions, nous avons l'égalité suivante :

$$G \times \frac{M_T \times M_S}{R^2} = \frac{M_T \times V^2}{R}$$

L'égalité précédente va nous permettre de calculer la masse du Soleil. En effet, après simplifications, on a :

$$M_S = \frac{V^2 \times R}{G}$$

La valeur de la masse du Soleil obtenue avec cette formule vaut $1,99.10^{30}$ kg, soit 333432 fois celle de la Terre.

Essayons maintenant de nous représenter le Soleil, la Terre et son orbite. Pour cela, nous disposons des données suivantes : le rayon de la Terre : 6400 km ; le rayon du soleil mesure 695000 km , soit 109 rayons terrestres. Le rayon de l'orbite vaut $149,5.10^6 \text{ km}$, soit 23359 rayons terrestres.

Maintenant, représentons-nous ces trois éléments en choisissant une échelle telle que le rayon de la Terre soit égal à 1 mm . Le rayon du soleil serait égal à $109 \text{ mm} \approx 11 \text{ cm}$. Quant au rayon de l'orbite, il serait de l'ordre de 23359 mm , soit $\approx 23,36 \text{ m}$. Résumons tout cela : au centre, se trouve une boule de feu de 22 cm de diamètre, notre Soleil ; autour du Soleil, traçons un cercle de $23,36 \text{ m}$ de rayon et sur ce cercle, déplaçons la Terre, soit une petite bille de 2 mm de diamètre qui fait le tour du cercle en une année. Maintenant, nous pouvons nous représenter une image relative de ces trois éléments.

2.5.3. Exercice : le poids d'un homme sur la Lune

La masse et le rayon de la Lune sont respectivement : $7,349 \cdot 10^{22} \text{ kg}$ et 1738 km .
 Quel est le poids d'un homme ayant une masse de 80 kg sur la Lune ?

2.6. Les lois de Newton

Les lois de Newton sont les fondements de la **Mécanique classique**. Elles sont au nombre de trois.

1. La loi de l'inertie qui réaffirme le principe de l'inertie découvert par Galilée. Ce principe dit que : « si un corps, livré à lui-même, ne subit aucune force, il continue son MRU, s'il était en mouvement ou bien reste au repos, s'il était déjà au repos. ».
2. La loi fondamentale de la dynamique est définie par la relation suivante :

$$\vec{F} = m \times \vec{a}$$

Cette loi affirme définitivement que le rapport de la force appliquée et de la masse définit la valeur de l'accélération auquel le corps sera soumis. Et pas du tout, la valeur de la vitesse comme l'affirmait Aristote. On peut évidemment généraliser cette relation à un ensemble de forces appliquées et écrire la relation suivante

$$\sum \vec{F} = m \times \vec{a} \quad (2.2)$$

Nous pourrions aussi faire passer le second membre de l'équation précédente dans le premier et écrire :

$$\sum \vec{F} - m \times \vec{a} = 0$$

Cette dernière équation signifie qu'à chaque instant, il existe un équilibre dynamique entre la résultante des forces appliquées et la force d'inertie égale à $F_{inertie} = -m \times \vec{a}$.

3. La loi traitant de l'égalité des actions réciproques.

Considérons deux masses ponctuelles m_1 et m_2 fixes et séparées l'une de l'autre d'une distance d . Nous savons maintenant que la force qui agit sur m_1 due à la présence de m_2 est égale au signe près, à la réaction de m_2 sur m_1 . Cette troisième loi se résume à dire que la réaction est égale à l'action. On peut conclure qu'à tout instant, la somme algébrique des forces est égale à zéro.

Les trois lois de Newton se résume au tableau ci-dessous.

Les lois de Newton	
Première loi	$MRU \iff \sum \vec{F}_{ext} = 0$
Seconde loi	$\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}$
Troisième loi	$\vec{A} = -\vec{R}$

2.7. La notion de travail mécanique

Imaginons une particule d'une masse de 1 kg au repos ayant les coordonnées (x_0, y_0) dans le système de référence Oxy (voir fig. ci-dessous). Pendant une durée de 5 s , une force \vec{F} de 4 N est appliquée sur la particule. Durant cet intervalle de temps, la particule subira une accélération *constante*, égale à $\frac{\vec{F}}{m} = \vec{a} = 4 \text{ m/s}^2$. et son mouvement sera du type MRUA.

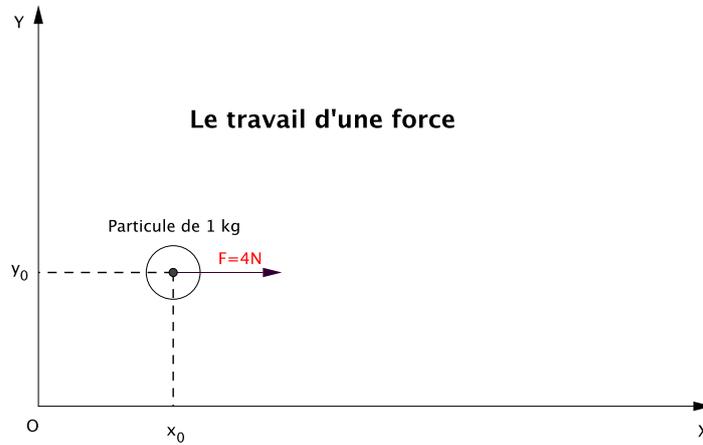


Figure 2.6 – Le travail d’une force

Calculons la distance parcourue pendant la durée d’accélération (ou durée d’application de la force), on a

$$\vec{e} = \frac{\vec{a}}{2} \times t^2 = \frac{4 \times 5^2}{2} = \frac{4 \times 25}{2} = 50 \text{ m}$$

Le module du vecteur e est donc 50 m . L’action de la force \vec{F} s’est faite sur cette distance dans la même direction que celle du vecteur \vec{e} . Par définition, le travail mécanique Γ de la force est égal au produit scalaire des vecteurs \vec{F} et \vec{e} . Dans le cas présent, cela donne

$$\Gamma = \vec{F} \times \vec{e} \times \cos 0^\circ$$

$$\Gamma = 4 \times 50 = 200 \text{ Nm} = 200 \text{ J}$$

L’unité du travail mécanique est le joule de symbole J et 1 J est égal au produit de 1 N par 1 m . Le joule est l’unité de l’énergie sous toutes ses formes, la chaleur, l’énergie électrique et le travail mécanique.

Maintenant, il y a une question qui se pose : « où est passée cette énergie ? »

Écrivons l’expression du travail mécanique en développant les facteurs. On a

$$\Gamma = \vec{F} \times \vec{e} = m \times a \times \frac{\vec{a}}{2} \times t^2 = \frac{m}{2} \times a^2 \times t^2$$

Or, $a \times t = v$, après les cinq secondes d’accélération, la vitesse de la particule est 20 m/s .

$$\Gamma = \frac{m \times v^2}{2} \tag{2.3}$$

L’équation précédente indique que la valeur du travail mécanique est exactement la même que celle d’une expression $\frac{m \cdot v^2}{2}$, appelée « **énergie cinétique** », parce qu’elle représente **l’énergie du mouvement**. Avant l’application de la force, la particule avait une vitesse nulle, et par voie de conséquence une énergie cinétique également nulle. À la fin de l’action de la force, la particule a emmagasiné exactement la quantité d’énergie développée par le travail mécanique sous la forme d’énergie cinétique. L’expérience que nous venons de décrire est un exemple de transformation d’énergie, à savoir :

Travail mécanique \longrightarrow Énergie cinétique

Certains d’entre-vous pourraient nous faire remarquer que si l’on choisissait un autre système de référence qui se déplacerait dans un espace totalement libre, sans le moindre champ de gravité, avec le même vecteur \vec{v} que celui de la particule, cette dernière aurait une vitesse nulle et donc pas d’énergie cinétique.

Ils auraient tout-à-fait raison. L'énergie cinétique obéit aussi au principe de la relativité de Galilée. La particule possède une énergie cinétique par rapport au premier système de référence, et aucune par rapport à un système qui se déplace à la même vitesse que la particule. Mais, imaginons que l'un d'entre-vous soit assis sur la particule et qu'après quelques minutes, il voit droit devant lui une énorme météorite au repos par rapport au premier système de référence. Alors, un peu plus tard, c'est l'impact avec la météorite à 20 m/s et ça ! ça fait mal, comme dirait Johnny. Cette expérience illustre bien que la notion d'espace est une notion relative et que par voie de conséquence, un espace absolu n'existe pas.

En conclusion, on peut dire que *la mécanique classique* est basée sur :

1. un espace relatif, attaché à un système de référence ;
2. un temps t absolu, identique dans tous les systèmes référence. Cela implique que la durée de la seconde est identique dans tous les systèmes de référence.

2.8. L'énergie potentielle

Lorsque nous vivons sur une planète comme la Terre, nous sommes soumis en permanence à l'action de son champ de gravitation qui se traduit par une force égale au produit de notre masse par le vecteur \vec{g} , appelé vecteur de gravitation.

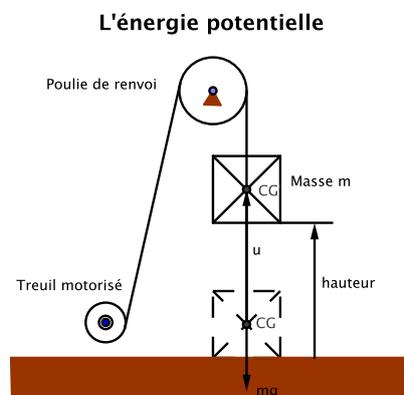


Figure 2.7 – L'énergie potentielle

Cette force $\vec{P} = m.\vec{g}$ est appelée le poids exprimé en *Newton (N)* de la masse m qui s'exprime comme toutes les masses en *kg*.

Considérons la figure ci-dessus, il s'agit d'une grue parfaite capable de soulever des charges sans gaspiller la moindre quantité d'énergie. Dès lors, pour soulever la charge de poids P , la grue a dû réaliser le travail mécanique qui correspond à la montée de la charge ; soit :

$$\Gamma = m.\vec{g} \times \vec{u} = m.|g|.|u|.cos(\alpha)$$

Ce travail a été converti en « énergie potentielle » par la charge elle-même. Cette dernière se trouvant à une certaine hauteur par rapport au sol, a acquis une énergie potentielle du fait de sa hauteur par rapport au sol. Elle est due à la présence d'un champ de gravitation dans lequel les choses vont toujours du haut vers le bas. L'eau de la rivière ne remonte jamais vers sa source. C'est donc l'énergie de la **hauteur** et qui dit « hauteur » dit niveau de référence. L'énergie potentielle est également *relative*, puisqu'elle dépend du choix du système de référence. Dans le cas présent, c'est le niveau du sol qui a été choisi. Or, dans le cas, le module de \vec{u} est égal à la hauteur h et α vaut 0° , donc $cos(\alpha) = 1$, d'où la formule finale

$$E_p = m.g.h$$

À titre d'exemple, supposons les données suivantes :

- La masse est 2000 kg ;
- la hauteur est 30 m ;
- $|\vec{g}| = 9,81 \text{ m/s}^2$.

Le travail mécanique qui ne concerne que la levée de la charge a pour valeur :

$$\Gamma = 588600 \text{ J}$$

Imaginons un instant, le scénario suivant, lorsque la charge est arrivée à la hauteur de 30 m , elle se détache du crochet de la grue. Calculons la vitesse de la charge au moment de son impact sur le sol ; il s'agit d'un MRUA, donc

$$t = \sqrt{\frac{2.h}{9,81}} = 2,4730968 \text{ s}$$

La vitesse au moment de l'impact est : $v = a.t = 9,81.2,4730968 = 24,26108 \text{ m/s}$ et l'énergie cinétique de la masse à cet instant là vaut :

$$E_c = 1/2.m.v^2 = 1/2.2000.24,26108^2 = 588600 \text{ J}$$

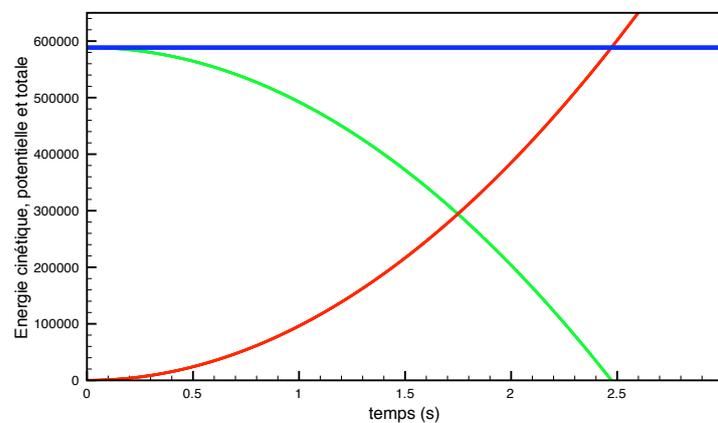


Figure 2.8 – L'évolution des énergies

La figure ci-dessus indique l'évolution durant la chute de la charge, de l'énergie cinétique en rouge, de l'énergie potentielle en vert et enfin, de l'énergie totale, c'est-à-dire la somme des deux précédentes. On constate que l'énergie totale reste constante pendant toute la durée de la chute de la charge.

Autre exemple relatif à l'énergie potentielle, celui d'un pot de fleur qui se trouve sur le bord d'un balcon. En fait, ce pot de fleur ne s'est pas retrouvé là par hasard, il a bien fallu que quelqu'un le monte ; ce quelqu'un a effectué le travail mécanique nécessaire à la montée du pot de fleur ; ce dernier a engrangé ce travail sous la forme d'énergie potentielle. C'est l'été, un enfant joue au ballon dans l'appartement et shoote en direction de la fenêtre qui était ouverte à cause de la chaleur. Le ballon heurte le pot de fleur qui bascule et tombe sur la tête d'un passant. Heureusement, la blessure n'est trop grave ; mais le gamin s'est quand même fait gronder par sa grand-mère.

L'énergie potentielle est encore utilisée dans les anciennes horloges à poids ; lorsque le poids est au bas de sa course, on le remonte et le mécanisme de l'horloge redémarre.

Mais pourquoi la qualifie-t-on de « potentielle » ? Parce cette énergie qui, rappelons-le est due à la présence du champ gravitationnel créé par la Terre, se stocke dans toutes les masses qui se trouvent en hauteur par rapport à un autre niveau de référence plus bas que le premier. Mais dans la majorité des cas, on ne souhaite ni l'utiliser, ni qu'elle se manifeste en se transformant en énergie cinétique. Comme par exemple, on ne désire pas que le lampadaire de la salle à manger se détache de son point de fixation.

Par contre, il existe un grand nombre d'exemples où l'homme utilise l'énergie potentielle. En voici quelques-uns : les toboggans des fêtes foraines, les courses de bobsleigh, le château d'eau qui assure la pression nécessaire à la distribution de l'eau potable dans les villages, la livraison de vivres parachutées chez les peuples affamés en Afrique, le marteau-pilon qu'on fait grimper à l'aide de vérins fonctionnant à la vapeur et une fois arrivé au sommet de sa course, l'homme lâche toute la vapeur, et libère ainsi la chute verticale du marteau dont on utilise l'énergie cinétique pour forger de grosses pièces en acier. À titre d'exercice, il serait intéressant de trouver plusieurs applications de l'utilisation volontaire de cette forme d'énergie.

2.9. L'égalité des masses grave et inerte

Galilée utilisa un plan incliné pour démontrer par l'expérimentation que tous les corps, quelque soit leur masse, tombent avec le même mouvement.

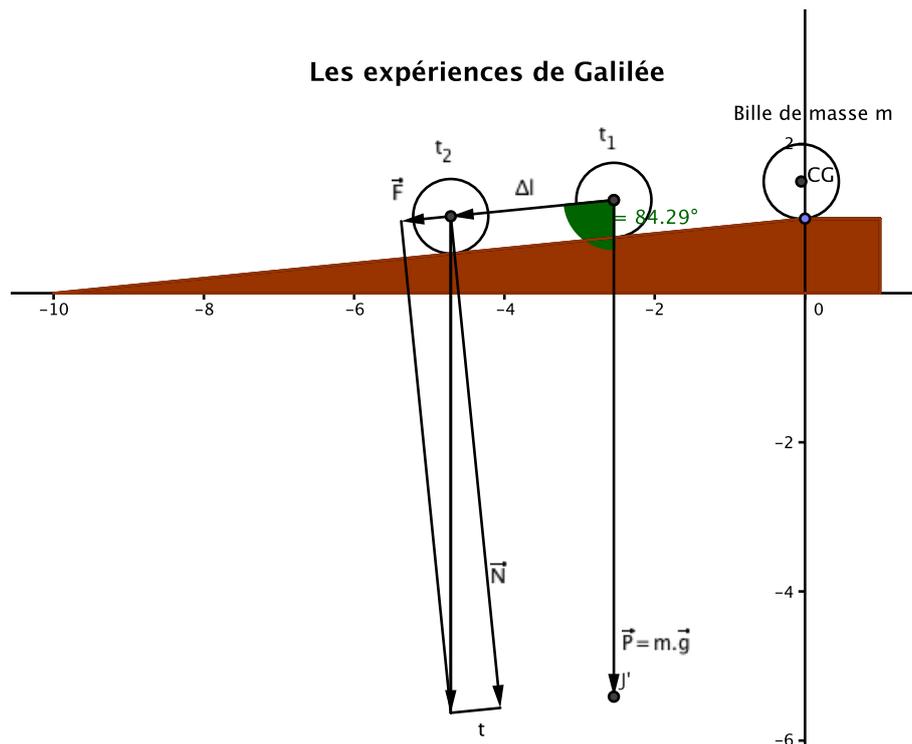


Figure 2.9 – L'étude du mouvement par Galilée

La figure suivante montre un plan incliné ayant une pente de 10% . Il est vraisemblable que Galilée utilisa une pente plus faible afin de ralentir la chute des billes. En effet, Galilée utilisant les battements de son cœur pour mesurer les intervalles temps entre deux points de mesures, il fallait que les billes ne descendent pas trop vite. Nous allons considérer que durant les expériences, aucune autre force agissante n'interviendra dans le système. J'ai représenté la bille de masse m à deux instants t_1 et t_2 . Durant cet intervalle de temps, $t_2 - t_1$, toute réduction de l'énergie potentielle de la bille qui descend le plan incliné est transformée en une augmentation de son énergie cinétique et ce, selon le principe de conservation de l'énergie que nous formulerons à la fin de cette section.

La variation de l'énergie potentielle ΔE_p entre t_1 et t_2 est égale au travail mécanique de la force de gravitation \vec{P} , soit l'expression suivante

$$\Delta E_p = |\vec{P}| \times \Delta l \times \cos\alpha = m_{pesante} \cdot |\vec{g}| \cdot \frac{1}{2} \cdot |\vec{a}| \cdot (t_1^2 - t_2^2) \cdot \cos\alpha$$

Établissons la variation de l'énergie cinétique, on a

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} \cdot m_{inerte} \cdot (V(t_2)^2 - V(t_1)^2)$$

Or, nous savons que lorsque l'énergie potentielle diminue, c'est au profit de l'énergie cinétique. On a donc

$$\Delta E_p + \Delta E_c = 0$$

ou

$$\Delta E_c = -\Delta E_p$$

En développant les termes de l'égalité précédente, on a

$$\frac{1}{2} \cdot m_{inerte} \cdot (V(t_2)^2 - V(t_1)^2) = m_{pesante} \cdot |\vec{g}| \cdot \frac{1}{2} \cdot |\vec{a}| \cdot (t_2^2 - t_1^2) \cdot \cos\alpha$$

En simplifiant certains facteurs et en développant $V(t_2)^2 - V(t_1)^2$ en $V(t_2)^2 = |\vec{a}|^2 \cdot t_2^2$ et $V(t_1)^2 = |\vec{a}|^2 \cdot (t_1)^2$, il vient

$$m_{inerte} \cdot |\vec{a}|^2 \cdot (t_2^2 - t_1^2) = m_{pesante} \cdot |\vec{g}| \cdot |\vec{a}| \cdot (t_2^2 - t_1^2) \cdot \cos\alpha$$

Après simplifications, on a

$$m_{inerte} \cdot |\vec{a}| = m_{pesante} \cdot |\vec{g}| \cdot \cos\alpha$$

Or, l'expérience de Galilée démontre expérimentalement que $\vec{a} = \vec{g} \cdot \cos\alpha$. On arrive ainsi à la conclusion que la masse « grave » et la masse « inerte » d'un corps ont exactement la même valeur. CQFD

Ayant expliqué que les deux types de masse d'un corps ont la même valeur, nous allons aborder le principe de conservation de l'énergie. Pour faire simple, nous dirons que dans un système fermé ou placé dans un champ extérieur constant (c'est le cas du champ gravitationnel créé par la Terre, à proximité de sa surface), l'énergie totale, c'est-à-dire la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle est une constante qui est déterminée par les conditions initiales.

2.10. Théorème de l'énergie cinétique

Voici un théorème simple, souvent utilisé dans la résolution de problèmes de mécanique. Il dit ceci : Dans un référentiel galiléen, la variation de l'énergie cinétique d'un solide en mouvement allant de A vers B est égale à la somme des travaux des forces appliquées au solide entre ces deux points A et B.

$$\Delta E_c = E_{c_B} - E_{c_A} = \sum W_{A \rightarrow B}$$

2.10.1. Exemple

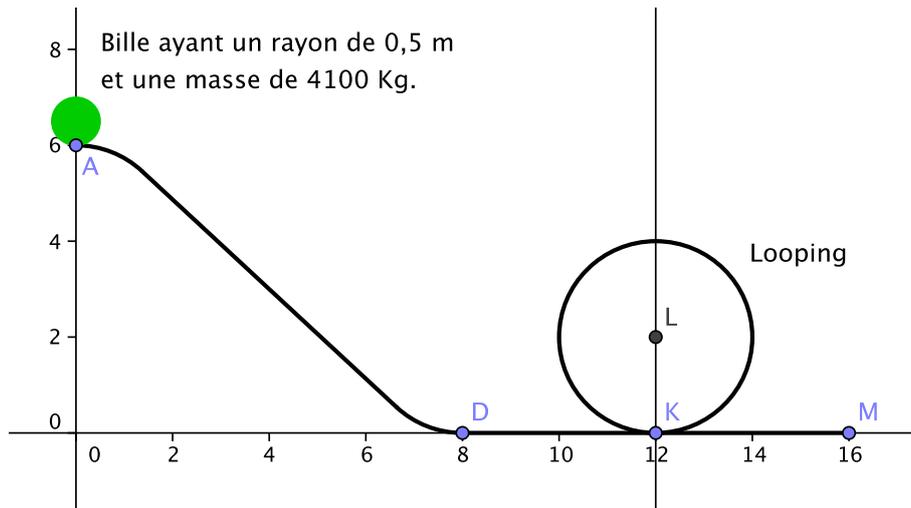


Figure 2.10 – Une bille sur un toboggan

Les coordonnées de la figure de la bille sur un toboggan sont exprimées en mètres et nous faisons l'hypothèse que la bille n'est freinée par aucun frottement. L'exercice consiste à calculer :

1. La vitesse de la bille au point D.
2. La vitesse de la bille au sommet de la boucle du toboggan.
3. L'énergie cinétique de la bille au point de sortie M.

2.10.2. Solution :

L'énergie cinétique de la bille au point A est nulle, puisqu'au départ la vitesse est nulle. On écrit : $E_{cA} = 0$

Par contre, l'énergie potentielle de la bille est égale à $E_{pA} = mgh = 4100 \cdot 9,81 \cdot 6 = 241326 \text{ J}$. Pour calculer la vitesse de la bille en D, utilisons le théorème de l'énergie cinétique, il vient :

$$E_{cD} - E_{cA} = E_{pA} - E_{pD} = E_{cD} - 0 = 241326 - 0$$

$$E_{cD} = 241326 \text{ J}$$

$$v_D = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{cD}}{m}} = 10,85 \text{ m/s}.$$

Pour calculer la vitesse de la bille au sommet de la boucle du toboggan, utilisons à nouveau le théorème de l'énergie cinétique, on a :

$$E_{cS} - E_{cD} = E_{pD} - E_{pS} = 0 - mg \cdot 4$$

$$E_{cS} = E_{cD} - 160884 = 241326 - 160884 = 80442 \text{ J}$$

$$v_S = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{cS}}{m}} = 6,264 \text{ m/s}.$$

Une question se pose, en effet, la bille ayant atteint le sommet, ne risque-t-elle pas de tomber verticalement. Pour éviter cela, il faut que la force d'inertie, la force centrifuge soit plus grande que le poids de la bille. Autrement dit, l'accélération centripète doit être plus grande que $9,81 \text{ m/s}^2$.

La cinématique nous a appris que l'accélération centripète se calcule avec la formule suivante :

$$a_c = \frac{v^2}{R} = 19,62m/s^2.$$

L'accélération centripète est largement au-dessus de $\vec{g} = 9,81m/s^2$., grâce à la force centrifuge, la bille restera bien « collée » au toboggan. À la sortie du looping, la vitesse de la bille sera identique à celle qu'elle avait à son entrée. Dès lors, la vitesse en M est égale à la vitesse en K, elle-même égale à la vitesse en D. La vitesse en M est donc égale à $10,85 m/s$.

2.11. Notion de puissance

La puissance, exprimée en watt (W), est définie comme le rapport du travail mécanique $\Gamma = \vec{F} \times \vec{L}$ et de la durée T mise à le réaliser. La relation mathématique est

$$P = \frac{\Gamma}{T} = \frac{\vec{F} \times \vec{L}}{T} = \vec{F} \times \vec{V} \quad (2.4)$$

\vec{V} étant le vecteur vitesse.

Imaginons un conducteur poussant sa petite voiture en panne d'essence avec une force constante de $200 N$ sur une distance L de $300 m$ en 10 minutes. Il est alors facile de calculer la puissance développée par le conducteur. Les calculs sont :

1. Calcul du travail : $\Gamma = F \times L = 200 \times 300 = 60000 J$

2. Calcul de la puissance développée par le conducteur : $P = \frac{\Gamma}{t} = \frac{60000}{600} = 100 \text{ Watts ou } 100 W$.

La notion de puissance instantanée existe aussi. On peut imaginer que le conducteur ait poussé la voiture avec une force plus grande au début du trajet et qu'au fur et mesure de l'avancement de la voiture, la fatigue se faisant sentir, la poussée diminuait. La puissance à un instant t est définie par la limite suivante :

$$P_i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta t} \quad (2.5)$$

2.12. Notion de rendement

Il est évident qu'il n'existe aucune machine parfaite. À cause d'éléments divers tels que les frottements, viscosité de l'huile de lubrification, dissipation d'énergie dans les circuits magnétiques, pertes d'énergie dans l'induit d'un moteur électrique, etc. une machine réelle consomme plus d'énergie qu'elle n'en fournit. Autrement dit, le rapport « *puissance fournie / puissance absorbée* » est toujours inférieur à l'unité. Ce rapport est appelé « *rendement de la machine* » et le symbole généralement utilisé est la lettre grecque η . Le rendement d'un moteur électrique est de l'ordre de 0,85 ou 85%. La puissance fournie ne sera que les 85% de la puissance absorbée.

2.13. Exercices

2.13.1. Exercice 1

Calculer la puissance minimale du moteur électrique d'une grue de chantier sachant que :

1. la charge maximale est $50000 N$
2. la vitesse de montée de cette charge doit être de $0,25 m/s$
3. le η_{me} du moteur électrique vaut 0,85.
4. le η_{tr} du treuil équipé de son réducteur est évalué à 0,75

Solution

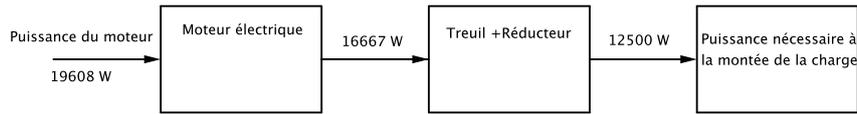


Figure 2.11 – La puissance du moteur d’une grue

1. Puissance utile à la montée de la charge $= P_u = 50000 \times 0,25 = 12500 \text{ W}$
2. Puissance nécessaire à l’entrée du treuil $= P_{tr} = \frac{P_u}{\eta_{tr}} = 16667 \text{ W}$
3. Puissance du moteur $= \frac{P_{tr}}{\eta_{me}} = 19608 \text{ W}$, soit 20 kW

2.13.2. Exercice 2 : les satellites géostationnaires

Les satellites géostationnaires ont leurs orbites dans le plan équatorial et tournent avec la même vitesse angulaire que celle de la Terre. Ces conditions déterminent une orbite géostationnaire. Les satellites qui gravitent sur cette orbite particulière, restent toujours à la verticale d’un point fixe terrestre choisi. Ces satellites permettent de réaliser des liaisons « hertziennes » intercontinentales permanentes. Calculons le rayon particulier de l’orbite géostationnaire.

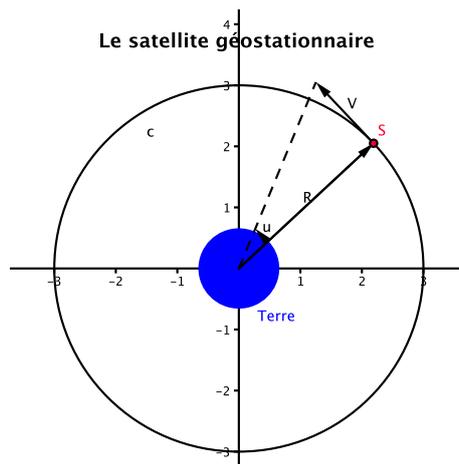


Figure 2.12 – Le satellite géostationnaire

Solution

1. Calcul de la vitesse angulaire de la Terre autour de son axe Nord/Sud La Terre fait un tour en un jour sidéral qui vaut 23h 56' 4", soit 86164 s. Dès lors, sa vitesse angulaire est égale à

$$\omega(Terre) = \frac{2 \times \pi}{86164} = 7,29212 \cdot 10^{-5} \text{ radian/s}$$

2. Formulons la force d’attraction qu’exerce la Terre sur la satellite.

On a

$$\vec{F}_{attraction} = G \times \frac{m_{satellite} \times M_{Terre}}{R^2} \times u_{satellite \rightarrow Terre}$$

avec $G = 6,67428 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2 .\text{kg}^{-2}$ et R étant le rayon de l’orbite géostationnaire.

3. La force d'attraction est équilibrée par la force d'inertie (centrifuge) \vec{F}_c due à la masse du satellite et à l'accélération centripète \vec{a}_c du mouvement circulaire.

On a

$$\vec{F}_c = -m_{\text{satellite}} \times a_c = -m_{\text{satellite}} \times \omega^2 \times R \times u_{\text{satellite} \rightarrow \text{Terre}}$$

4. La somme des deux forces précédentes est nulle. (action et réaction). Après simplification de la masse du satellite, on a le développement suivant

$$\frac{G.M_{\text{Terre}}}{R^2} = \omega^2 \times R$$

$$R^3 = \frac{GM_{\text{Terre}}}{\omega^2}$$

$$R = \sqrt{\frac{GM_{\text{Terre}}}{\omega^2}}$$

Avec $M_{\text{Terre}} = 5,9736.10^{24} \text{ kg}$, le rayon de l'orbite géostationnaire vaut 42162 km .

5. Nous pouvons également calculer la vitesse tangentielle du satellite, il suffit pour cela d'utiliser la formule démontrée en cinématique $V = \omega.R = 3074 \text{ m/s}$, soit $11066,4 \text{ km/h}$

2.13.3. Vérifications de quelques éléments relatifs à la Lune

La trajectoire de la Lune est une ellipse de faible excentricité dont l'un des foyers est occupé par la Terre. Les relevés astronomiques fournissent les éléments suivants :

- distance moyenne R : 384400 km ;
- diamètre équatorial : $3474,6 \text{ km}$;
- Masse : $7,349.10^{22} \text{ kg}$;
- Période de révolution : $27\text{j } 7\text{h } 43' 11''$.

Le but de cet exercice est de vérifier :

- La cohérence des données ci-dessus ;
- Calculer la masse spécifique de la lune ;

Solution

1. Vérification de la distance moyenne de la Lune

Pour commencer, calculons la vitesse tangentielle de la Lune, on écrit :

$$V = \frac{2.\pi \times R}{T} = 1023,1 \text{ m/s}$$

Cette vitesse implique une accélération centripète égale à $a_c = \frac{V^2}{R} = 0,002723 \text{ m/s}^2$.

2. Calcul de la force centrifuge (force d'inertie)

$$F_c = \text{masse}_{\text{lune}} \times a_c = 20,0113.10^{19} \text{ N}$$

3. Vérifions si cette force d'inertie est équilibrée par la force de gravitation.

$$F_g = G \times \frac{\text{masse}_{\text{Terre}}.\text{masse}_{\text{Lune}}}{R^2} = 19,8.10^{19} \text{ N}$$

L'orbite lunaire est en accord avec la loi de la gravitation.

2.13.4. Calcul de la vitesse de satellisation d'un objet de masse m autour de la Terre à un mètre du sol

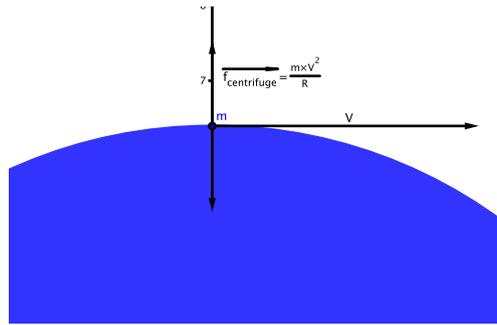


Figure 2.13 – Satellisation d'une masse m au niveau du sol

Pour résoudre ce problème, nous ferons l'hypothèse que la Terre a la forme d'une sphère parfaitement lisse d'un rayon de 6400 km. Pour que la masse m tourne autour de la Terre en restant constamment à un mètre du sol, il faut qu'on le lance à un mètre du sol avec une vitesse V créant une force centrifuge capable d'équilibrer à chaque instant la force de gravitation $\vec{p} = m \cdot \vec{g}$ créée par la Terre.

Nous pouvons écrire :

$$\vec{p} + \vec{f}_c = 0$$

D'où

$$\vec{p} = -\vec{f}_c$$

En remplaçant \vec{p} et \vec{f}_c par leurs valeurs absolues, il vient :

$$m \cdot g = m \cdot \frac{V^2}{R}$$

$$V^2 = R \times g = 6400000 \times 9,81 = 62784000 \text{ (m/s)}^2$$

$$V = \sqrt{62784000} = 7924 \text{ m/s soit } \sim 8 \text{ km/s}$$

2.14. La trajectoire des planètes qui gravitent autour du Soleil

Un astronome allemand Johannes Kepler, utilisant les nombreux relevés astronomiques de Tycho Brahé, fut l'auteur de trois lois qui régissent le mouvement des planètes.



Figure 2.14 – Johannes Kepler 1571-1630

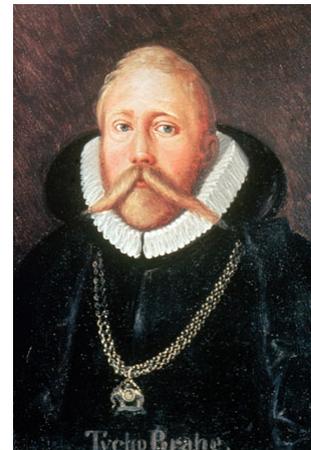


Figure 2.15 – Thycho Brahé 1546- 1601

Celles-ci sont :

1. Les planètes décrivent des ellipses dont le Soleil occupe un des foyers.
2. Le rayon qui joint une planète au Soleil balaie des aires égales en des temps égaux.
3. Les carrés des temps des révolutions des planètes sont proportionnels aux cubes de la longueur des demi-axes principaux des orbites respectives.

La première loi de Kepler affirme que les trajectoires suivies par les planètes sont des ellipses. Une ellipse est une courbe particulière du plan qui réunit tous les points dont la somme des distances à deux points fixes, appelés foyers, est une constante. Les ellipses font partie d'une famille de courbes appelées « coniques » dont l'étude mathématique se fera en VI^e année. C'est la raison pour laquelle nous ne ferons pas la démonstration des lois de Kepler, mais nous allons tenter d'en comprendre le sens.

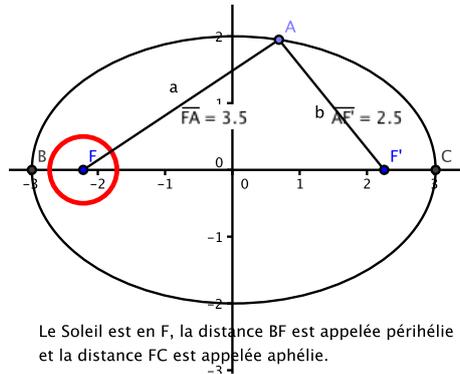


Figure 2.16 – La trajectoire elliptique des planètes gravitant autour du Soleil

La figure ci-dessus est une ellipse où le Soleil est placé au foyer F. Par définition de l'ellipse, la somme $FA + AF'$ est constante quelque soit la position de la planète A sur sa trajectoire. Ci-dessous la figure qui illustre la seconde loi de Kepler. Durant le même intervalle de temps Δt , les surfaces balayées par le rayon vecteur Soleil-Terre, soient FAD et FBG sont les mêmes.

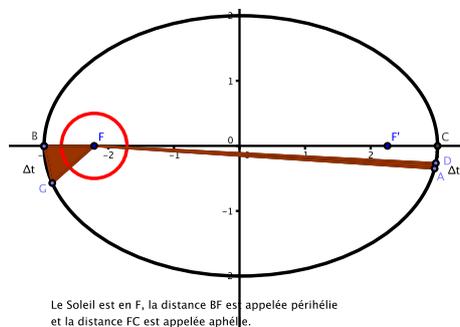


Figure 2.17 – La seconde loi de Kepler

La troisième loi se traduit mathématiquement de la façon suivante

$$T^2 = k.a^3$$

2.14.1. Vérification expérimentale de la troisième loi de Kepler

L'encyclopédie Wikipédia nous fournit les observations astronomiques de quatre satellites de Jupiter reprises dans le tableau ci-dessous :



Figure 2.18 – Jupiter et quatre de ses satellites

Satellites de Jupiter	Io	Europe	Ganymede	Callisto
Rayon de l'orbite (km)	421800	671100	1070400	1882700
Période sidérale (j)	1,769	3,551	7,155	16,689
Masse ($10^{22} kg$)	8,92	4,87	14,90	10,75

Table 2.1 – Caractéristiques des satellites de Jupiter

Calculs de vérification de la troisième loi de Kepler

Nous pouvons assimiler les trajectoires de ces quatre satellites autour de Jupiter à des cercles de rayon égal au demi grand axe repris dans le tableau. À partir de ces données, résultats d'observations astronomiques, nous allons vérifier si la troisième loi de Kepler est correcte. Ensuite, nous calculerons la masse de la planète Jupiter.

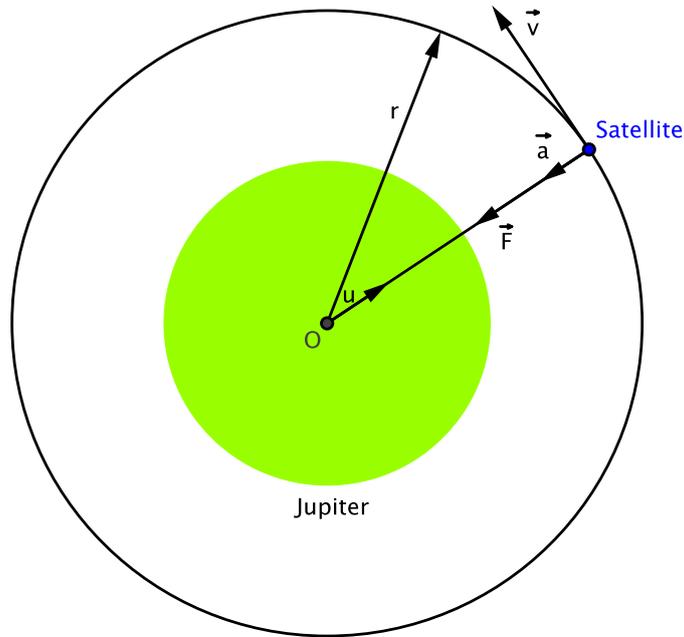


Figure 2.19 – Description de la trajectoire d’un des satellites de Jupiter

Puisque la trajectoire d’un satellite est un cercle, les vecteurs \vec{F} et \vec{v} forment un angle droit ; donc, la force \vec{F} ne fournit aucun travail mécanique au satellite. Ce dernier tourne donc autour de Jupiter avec un mouvement circulaire *uniforme*. Appliquons au satellite la relation fondamentale de la mécanique :

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Le satellite ne subit l’action que d’une seule force, celle de la gravitation créée par Jupiter. Alors, nous pouvons écrire :

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Or, on sait que :

$$\vec{F} = -\frac{G \cdot M_J \times m \cdot \vec{u}}{r^2} = m \cdot \vec{a}$$

M_J représente la masse de Jupiter, m la masse du satellite, r le rayon de l’orbite du satellite, \vec{a} l’accélération centripète créée par le mouvement circulaire du satellite et \vec{u} est le vecteur unitaire de référence. Après simplification, substitution et en tenant compte que la cinématique nous a appris que le module de \vec{a} est égal à $\frac{v^2}{r}$, alors l’équation 2 devient :

$$\frac{G \cdot M_J}{r^2} = a = \frac{v^2}{r}$$

d’où :

$$v^2 = \frac{G \cdot M_J}{r}$$

Comme :

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$$

L’équation 3 devient :

$$\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r^2}{T^2} = \frac{G \cdot M_J}{r}$$

La relation 5 peut s'écrire comme suit :

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_J}$$

En divisant les deux membres de la relation 6 par r^3 , on a :

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_J} = \text{constante} = K$$

Ainsi, nous avons démontré la troisième loi de Kepler : le carré de la période de révolution est proportionnel au cube du rayon de son orbite, la constante de proportionnalité valant $\frac{4\pi^2}{GM_J}$. Commençons par calculer la valeur de la constante K .

Satellites de Jupiter	Io	Europe	Ganymede	Callisto
Rayon de l'orbite (km) r	421800	671100	1070400	1882700
$T(j)$	1,769	3,551	7,155	16,689
$T^2(j^2)$	3,1294	12,6096	51,194	278,523
r^3	$7,5045 \cdot 10^{16}$	$3,022 \cdot 10^{17}$	$1,226 \cdot 10^{18}$	$6,673 \cdot 10^{18}$
$\frac{T^2}{r^3}$	$4,17 \cdot 10^{-17}$	$4,1757 \cdot 10^{-17}$	$4,179 \cdot 10^{-17}$	$4,174 \cdot 10^{-17}$

Table 2.2 – Caractéristiques des satellites de Jupiter

La constante K vaut avec une bonne précision : $4,17 \cdot 10^{-17} j^2/km^3$.

Calcul de la masse de Jupiter

Maintenant, nous pouvons calculer la masse de Jupiter. En effet, partant de la relation 7, on peut écrire :

$$M_J = \frac{4\pi^2}{GK}$$

Exprimons K en $\frac{s^2}{m^3}$,

On a : $1j = 86400s$ et $1km = 1000m$,

K en unités SI a pour valeur : $K = 4,17 \cdot 10^{-17} \times \frac{86400^2}{(10^3)^3}$, soit : $K = 3,11 \cdot 10^{-16} s^2/m^3$

D'où :

$$M_J = \frac{4\pi^2}{6,67 \cdot 10^{-11} \times 3,11 \cdot 10^{-16}}$$

soit :

$$M_J = 1,9 \cdot 10^{27} kg.$$

2.15. Savoirs & savoir-faire

2.15.1. Savoir

Être capable de savoir :

1. décrire les trois lois de Kepler.
2. définir ce que sont le périhélie et l'aphélie d'une orbite.
3. définir la formule du poids d'un corps ;
4. définir les différents aspects d'une force ;
5. définir l'équation de la loi de la gravitation universelle.
6. décrire les lois de Newton.

7. décrire la notion de travail mécanique.
8. expliquer la conversion d'un travail mécanique en énergie cinétique. Montrer que l'énergie cinétique est relative.
9. expliquer ce qu'est l'énergie potentielle et qu'elle est relative.
10. donner un exemple simple de transfert d'énergie potentielle en énergie cinétique. Montrer qu'à chaque instant, l'énergie totale reste constante.
11. de démontrer l'égalité de la masse pesante et de la masse inerte.
12. de démontrer le théorème de l'énergie cinétique.
13. expliquer la notion de puissance.
14. expliquer la notion de rendement.

2.15.2. Savoir-faire

Être capable de :

1. réaliser la vérification expérimentale de la troisième loi de Kepler.
2. Calculer la masse d'une planète.
3. d'expliquer le développement de l'exercice 5.1.1
4. d'expliquer la résolution des exercices repris en 5.1.2
5. de résoudre des exercices ayant un rapport avec toutes les notions théoriques abordées dans ce chapitre.

3.1. La nature profonde de l'électricité reste encore un mystère à ce jour !

Dans les pays développés, cette énergie est utilisée dans de nombreuses applications telles que : le secteur électroménager avec ses moteurs électriques et ses circuits de commandes, les ampoules d'éclairage à filaments, aujourd'hui remplacées par des ampoules à gaz, les batteries électriques, les générateurs, les postes de radio et de télévision, les ordinateurs, les gsm, les radiotélescopes, les lecteurs de CD, etc...

Bref, les applications techniques et scientifiques qui utilisent l'électricité sont très nombreuses et très diverses. *Néanmoins, à ce jour, l'homme ne sait toujours pas ce qu'est vraiment l'électricité. Il n'a pas la moindre idée de sa nature profonde !*

3.2. La découverte des premiers phénomènes électriques

Depuis l'antiquité, les hommes ont observé que s'ils frottaient certains corps avec un chiffon, ces corps attiraient des corps légers (morceau de papier, par exemple). Cette propriété s'appelle : *électrisation*. Tous les corps sont électrisables, mais il y a de deux sortes : les conducteurs et les isolants.

1. Pour les premiers, l'électrisation se répand sur toute sa surface extérieure. Par conséquent, l'électrisation de ces corps ne sera réalisée que si vous les tenait par un manche isolant. Les exemples de bons conducteurs sont : métaux, bois, corps humains ou des animaux, sol. Puisque l'électricité se répand sur toute la surface d'un conducteur, il suffira de le mettre en contact avec un autre conducteur pour électriser ce dernier. Cette méthode s'appelle l'électrisation par contact.
2. Pour les seconds, l'électrisation se localise uniquement aux endroits frottés. ces corps sont appelés isolants tels que le verre, la résine, le PVC et le PE.

3.3. Il n'existe que deux sortes d'électricité !

Pour le prouver, nous utiliserons deux pendules. Chacun de ces pendules est constitué d'une balle de sureau, légère et conductrice de l'électricité, accrochée à un crochet fixe par un fin fil isolant, en soie par exemple.

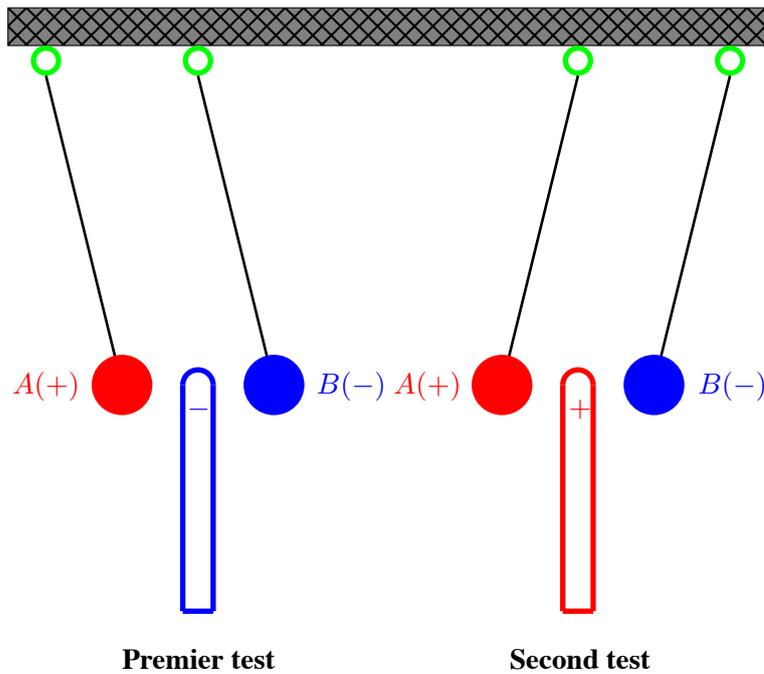


Figure 3.1 – Les pendules électriques

Avec un morceau de drap, nous frottons un bâton de verre (rouge) et ensuite, un bâton de cire (bleu). Nous ferons les hypothèses suivantes : le bâton de verre est chargé positivement et celui de cire est chargé négativement. Avec le bâton de verre, nous touchons la boule A. Ensuite, même opération avec le bâton de cire en contact avec la boule B. La boule A est donc porteuse d'une charge électrique positive et la boule B porte une charge négative

En introduisant le bâton de cire entre les deux boules de sureau, nous constatons d'une part que la boule chargée d'électricité positive est attirée par la charge négative du bâton de cire. Quand à la charge négative du bâton de cire, elle repousse la boule bleue, chargée d'électricité négative.

Le second test nous montre pratiquement la même chose, mais avec les signes opposés. Le bâton rouge, chargé positivement repousse la boule rouge chargée elle-aussi positivement. Par contre, la boule bleue, électriquement négative est attirée par le bâton de verre.

De ces expériences, nous pouvons conclure que :

1. des forces électriques existent entre les charges électriques.
2. les charges de même signe se repoussent, alors que les charges de signe contraire s'attirent.

3.4. La loi de Coulomb

La grande découverte dans le domaine de l'électricité fût la loi de Coulomb.

Établie expérimentalement en 1780 par Coulomb, cette loi affirme qu'il existe une force entre deux charges électriques. En effet, il confirma que :

– deux charges électriques de signe contraire s'attirent.

– deux charges électriques de même signe se repoussent.

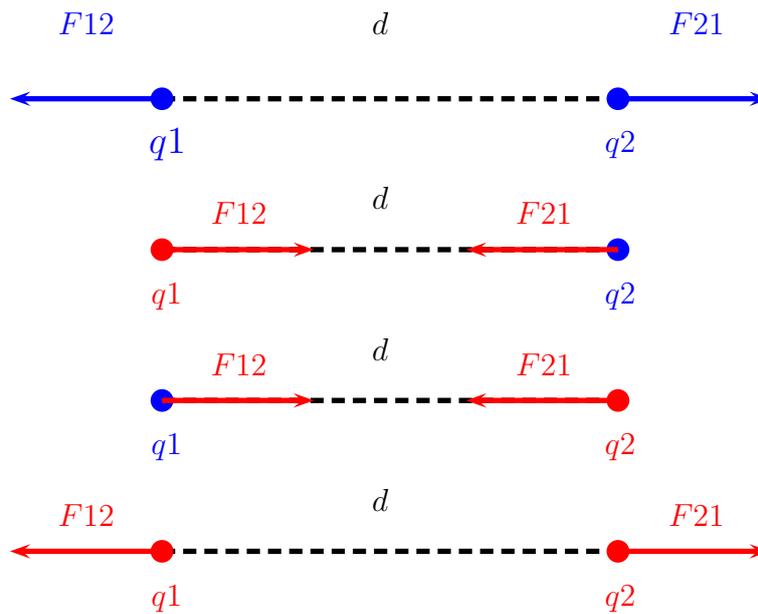


Figure 3.2 – Loi de Coulomb

Et il établit la loi suivante :

Qu'entre deux charges électriques ponctuelles fixes q_1 et q_2 s'exerce une force F dirigée suivant la droite qui les joint, proportionnelle au produit de la valeurs des charges et inversement proportionnelle au carré de la distance d qui les sépare.

On constate que les forces électrostatiques vérifient la troisième loi de Newton, c'est-à-dire que la réaction est opposée à l'action.

$$\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0$$

Les formules qui permettent de calculer les forces sont :

$$\vec{F}_{12} = \frac{9 \times 10^9}{\epsilon_r} \times \frac{q_1 \times q_2}{d^2} \times \vec{u}_{21}$$

et

$$\vec{F}_{21} = \frac{9 \times 10^9}{\epsilon_r} \times \frac{q_1 \times q_2}{d^2} \times \vec{u}_{12}$$

Le coefficient 9×10^9 prend en compte la permittivité diélectrique du vide. ϵ_r est un coefficient qui dépend du milieu dans lequel se trouvent les charges électriques. Par convention, pour l'air sec, ce coefficient appelé permittivité diélectrique relative vaut 1.

Lorsque des charges électriques sont placées dans l'huile, les forces subies par celles-ci sont réduites à peu près de moitié. On constate également que le Mica est un isolant ayant une permittivité très élevée ce qui justifie son utilisation dans la fabrication des condensateurs électriques destinés aux circuits électroniques.

Isolant	ϵ_r
air sec	1
Bakélite	5,5
Mica	6
Huile minérale	2,2

Table 3.1 – Permittivité diélectrique relative de quelques isolants

3.5. Le principe de superposition

La loi de Coulomb admet également le principe de superposition.

Considérons 3 charges électriques fixes disposées dans un plan comme indiqué par la figure suivante :

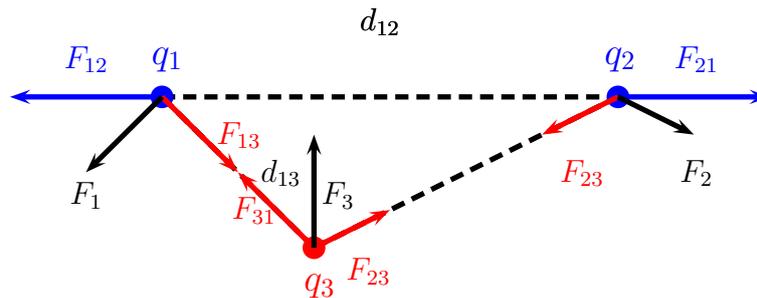


Figure 3.3 – Le principe de superposition

La force qui agit sur une des charges est la résultante des forces créées par la présence des deux autres. Comme toutes les charges sont fixes, les lois de la statique doivent se vérifier.

3.5.1. Problème

Les charges fixes de la figure 1.3 occupent les positions suivantes : $q_1 = (2, -1)$, $q_2 = (8, -1)$, $q_3 = (4, -3)$. Vérifier si les lois de la statique s'appliquent aux forces \vec{F}_1 , \vec{F}_2 et \vec{F}_3 .

3.6. Notion de champ électrique

Soit une charge électrique q de forme sphérique située à l'origine d'un système de référence. La présence de cette charge va créer en tout point (x, y, z) de l'espace un champ électrique \vec{E} . Par définition, cet ensemble de vecteurs s'appelle le *champ électrique*. La grandeur du vecteur est calculée comme étant la force exercée par la charge q sur une charge électrique positive unitaire. La valeur du champ électrique au point P de coordonnées (x, y, z) est le résultat de l'expression mathématique suivante :

$$\vec{E}(x, y, z) = \frac{9 \times 10^9}{\epsilon_r} \times \frac{q}{x^2 + y^2 + z^2} \times \vec{u}(x, y, z) \quad (3.1)$$

3.7. L'électricité au cœur-même de la matière

À côté des applications techniques de l'électricité, il existe un autre domaine plus fondamental où l'électricité est la maîtresse des lieux, c'est celui de la matière. Ainsi, toutes les matières faisant partie de

l'Univers sont régies par les phénomènes électriques.

La photo ci-dessus montre un bel assemblage de cristaux de quartz dont la formule chimique est SiO_2 .



Figure 3.4 – Quartz

Il s'agit d'un oxyde de silicium. Une *molécule* de quartz est donc composée de 3 *atomes*, un atome de silicium associé à deux atomes d'oxygène.

Un autre exemple cristallin appelé « Chalcantite » de formule chimique : $CuSO_4$. C'est du sulfate de cuivre.



Figure 3.5 – Chalcantite

Évidemment, ces deux exemples ne sont rien à côté de l'immense diversité des cristaux ayant des formes, des couleurs et des compositions chimiques qu'on peut découvrir sur Terre et dans l'Univers. En fait, ce qu'il faut retenir de tout ceci, c'est que toutes les molécules que nous pouvons découvrir dans l'Univers ont toutes une caractéristique commune, à savoir qu'elles sont toutes construites à partir d'« *atomes* ».

Les *atomes* sont les *briques fondamentales* de toutes les matières qui existent dans l'Univers. Les assemblages « *possibles* » d'atomes forment ce qu'on appelle des *molécules*.

3.8. Un petit historique des différents modèles atomiques

3.8.1. Le modèle de Dalton (1803)

La représentation de la matière au cours des âges offre un exemple de la fécondité de la pensée analogique mais aussi de ses limites. Ainsi, reprenant en 1803, les conceptions de Démocrite sur les particules de matières insécables "les atomes", John Dalton adopte celles de Lavoisier afin de décrire les réactions chimiques. Il considère que la matière est faite d'atomes et que lors d'une réaction chimique, ces atomes de forme sphérique pleine peuvent se combiner avec d'autres atomes. Il décrit ainsi le premier modèle historiquement connu sous le nom de "Modèle de Dalton".

3.8.2. Le modèle de Thomson (1904)

En démontrant, que les rayons cathodiques sont les trajectoires de charges négatives en mouvement, Jean Perrin apporta la première preuve directe de l'existence des électrons, 2000 fois plus légers que l'atome

d'hydrogène mais tout de même partie intégrante de la matière. Puisque l'atome d'hydrogène est constitué d'un noyau qui ne contient qu'un proton (charge positive), alors un électron est 2000 fois moins massif qu'un proton.

Dès lors, le premier Modèle de Dalton pouvait être modifié grâce aux travaux de Joseph Thomson qui démontra que ces grains étaient tous identiques quelque soit la matière considérée. En 1904, il propose un premier modèle d'atome, surnommé depuis "le pudding de Thompson". Il imagine l'atome comme une sphère remplie d'une substance électriquement positive et fourrée d'électrons négatifs "comme des raisins dans un cake".

3.8.3. Le modèle de Rutherford

En 1912, le modèle de Thomson fût remplacé par celui d'Ernest Rutherford. Ce nouveau modèle a été déduit de sa célèbre expérience décrite ci-dessous.

Dispositif expérimental de Rutherford

Si l'on place une source radioactive dans un enceinte en plomb munie d'un trou de faible diamètre, les radiations émises par la source sortent en un mince faisceau. Ces radiations qui sont des noyaux d'hélium de taille bien plus faible que les atomes d'or. Ils sont donc des projectiles idéaux pour bombarder les atomes. Une mince feuille en or, épaisse d'une centaine de diamètres atomiques 400 nm, est placée dans le faisceau de rayons alpha. Les trajectoires suivies par les particules peuvent être déduites à partir du noircissement que leur impact produit sur un film photographique disposé autour de la feuille en or.

Rutherford a constaté :

- que la plupart des particules alpha traversent la feuille en or pratiquement en ligne droite ;
- qu'une faible proportion des projectiles est toutefois fortement déviée ;
- et qu'une faible quantité de particules alpha est rejetée en arrière.

Cette expérience amena Rutherford à concevoir le modèle de l'atome suivant :

1. comme la plus grande partie des projectiles traversent la cible en ligne droite, Rutherford admit qu'ils n'avaient pas rencontré d'obstacle au passage à travers l'atome.
2. la très forte déviation de certaines particules alpha révèle l'existence d'un obstacle massif, mais de très petite dimension à l'intérieur de l'atome : le noyau atomique. Tout comme le noyau de l'atome d'or, les particules alpha sont chargées positivement. Elles sont écartées de leur trajectoire initiale d'autant plus qu'elles frôlent le noyau atomique de plus près.
3. Pour expliquer cette collision élastique, Rutherford propose un modèle *planétaire* de l'atome qui s'articule autour des propriétés électriques de la matière. Celle-ci est rassemblée dans un noyau de très petite dimension, environ 10^{-14} m de rayon, chargé d'électricité positive autour duquel gravite dans un grand espace vide les électrons négatifs découverts par Thomson.

Les électrons de l'atome gravitent autour du noyau comme des planètes autour du Soleil. Et la force électrique attractive (la charge + du noyau attirant la charge - de l'électron) joue le rôle de la force de gravitation pour les planètes ; d'où le nom de modèle d'atome planétaire.

Mais les comportements des modèles planétaire et atomique sont très différents.

Par exemple, lorsqu'un électron se déplace d'une couche électronique à une autre, il se téléporte littéralement sur l'autre couche. Dans le modèle planétaire, cela équivaldrait à voir la planète Terre sur son orbite et l'instant d'après sur l'orbite de Venus !

Si on se base sur le modèle planétaire, il est aussi difficile d'expliquer pourquoi les électrons ne tombent pas sur le noyau, comme le feraient des planètes trop proches de leur étoile...

Dans le modèle atomique de Rutherford , l'atome apparaît comme une sphère :

- dont le volume est délimité par le cortège des électrons chargés négativement ;
- dont la masse est localisée dans un minuscule noyau central chargé positivement.
- pour expliquer que les électrons de charge négative restent à distance du noyau positif, il faut admettre que les électrons sont animés d'un mouvement de rotation autour du noyau central. La force centrifuge ainsi engendrée équilibre l'attraction entre charges de signes opposés.

C'est le modèle planétaire de l'atome : le noyau étant comparable au soleil et les électrons aux planètes. D'après la proportion des rayons alpha déviés par rapport à ceux qui passent en ligne droite.

Rutherford a réussi à déterminer le diamètre du noyau qui est environ 100 000 fois plus petit que le diamètre de l'atome, soit 10 -15 m. L'atome est presque entièrement constitué de vide.

Pour se faire une idée sur les dimensions des éléments atomiques, nous supposons que le noyau soit une orange d'un diamètre de 8 cm, il faut alors imaginer que le diamètre de l'atome ferait environ 8 km. À l'exception de la présence des électrons qui tournoient autour du noyau, cet espace est quasiment vide.

Les limites de l'analogie du modèle planétaire

Cependant, la découverte de Rutherford pose un problème.

En effet, les lois de l'électromagnétisme démontrent qu'un électron qui tourne autour de son noyau devrait émettre de la lumière ; cela vient du fait que toute charge électrique qui subit une accélération (cf :cours de cinématique => accélération centripète due aux trajectoires orbitales des électrons) émet des ondes électromagnétiques.

Si l'électron faisait cela, il perdrait son énergie et aboutirait en tournant en spirale jusqu'au noyau et l'atome serait détruit. Ce scénario est faux, car les atomes sont naturellement stables.

Avant d'aboutir à une connaissance satisfaisante du *fonctionnement* des atomes, il fallut plusieurs dizaines d'années de recherche fondamentale. On découvrit assez tôt que la structure des atomes était celle d'un noyau central constitués de protons chargés d'électricité positive et de neutrons sans charge électrique. Autour de ce noyau gravitent des électrons portant chacun une charge électrique négative. La valeur absolue de la charge électrique du proton est exactement la même que celle de la charge électrique de l'électron. Cette égalité parfaite de la valeur absolue des charges électriques du proton et de l'électron est tout à fait remarquable. D'autant plus que les deux particules portant des charges électriques égales mais de signe contraire, ont des masses très différentes. Celle du proton est plus de mille fois supérieure à celle de l'électron.

Un atome a plus ou moins la forme d'une sphère d'un rayon de l'ordre de 0,5 à 2 Å. Il faut savoir qu'un Å (angström) vaut $10^{-10}m$. Au cœur de cette sphère se trouve le noyau atomique dont le rayon est environ cent mille fois plus petit que celui de l'atome, soit $\simeq 10^{-5}$ Å.

À l'intérieur du noyau peuvent être assemblés deux types de *particules*, appelés nucléons :

- les « *protons* », porteurs d'*électricité positive* ;
- les « *neutrons* », *sans charge électrique*.

Les électrons, particules pratiquement ponctuelles tournoient à grande vitesse autour du noyau.

Dans son état normal, un atome est électriquement neutre.

Cette neutralité électrique est assurée par les deux conditions suivantes :

- les protons et les électrons portent la même valeur de charge électrique, mais elles sont de signes contraires.
- dans un atome non ionisé, le nombre d'électrons est toujours égal au nombre de protons. La somme algébrique des charges électriques est donc nulle.

Le tableau ci-dessous reprend les caractéristiques des particules :

Caractéristiques des particules		
Nom	Masse (Kg)	Charge électrique(C)
Proton	$1,67.10^{-27}$	$1,602.10^{-19}$
Neutron	$1,67.10^{-27}$	0
Électron	$9,11.10^{-31}$	$-1,602.10^{-19}$

Table 3.2 – Caractéristiques des particules atomiques

3.9. La physique classique est mise en échec par les atomes !

Le comportement de l'atome d'hydrogène ne peut s'expliquer avec les théories de la physique classique.

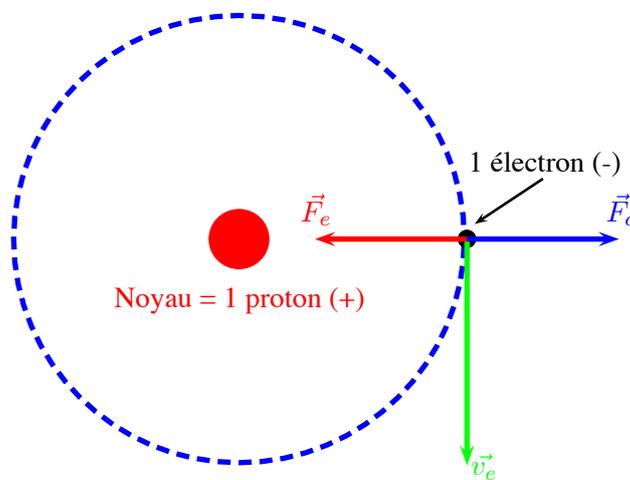


Figure 3.6 – Modèle de l'atome d'hydrogène de Rutherford

L'échec de la physique classique s'explique comme suit :

Le modèle est basé sur l'équilibre dynamique entre la force centrifuge due au mouvement *orbital* de l'électron et la force électrique fût suggéré par Rutherford.

Malheureusement, ce modèle ne tiens pas la route. Il est en désaccord avec les lois de l'électromagnétisme. En effet, lorsqu'une charge électrique est en *mouvement accéléré*, elle émet de l'énergie sous la forme d'ondes électromagnétiques (même type d'onde que les ondes radio, TV ou GSM).

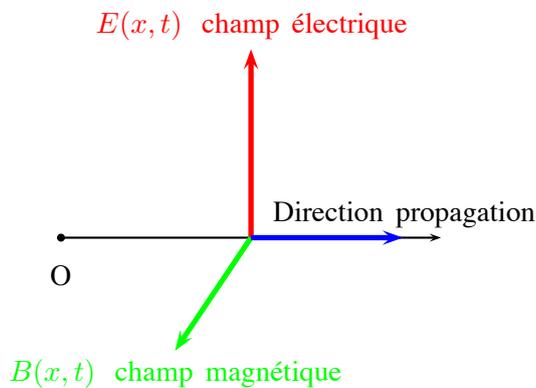


Figure 3.7 – Structure d'une onde électromagnétique

Or, l'électron décrit une trajectoire courbe autour du noyau ce qui implique obligatoirement l'existence d'une accélération centripète (cf : cinématique). Donc, l'électron devrait émettre de l'énergie sous forme d'ondes électromagnétiques au détriment de son énergie cinétique. La vitesse de rotation de l'électron autour du noyau diminuerait. Il en serait de même de la force centrifuge.

Par voie de conséquence, la force électrique deviendrait plus grande que la force centrifuge. Alors, l'électron se rapprocherait du noyau en décrivant des trajectoires en forme de spirales. L'électron finirait par tomber sur le noyau. *Ainsi l'atome serait instable ! Et cela ne correspond pas du tout à la réalité.*

3.10. Le modèle de Bohr de l'atome d'hydrogène

3.10.1. Principe

Le modèle de l'atome d'hydrogène de Bohr est basé sur la structure suivante :

- un électron ayant une très petite masse m par rapport à celle du proton « gravite » autour de ce dernier ;
- au centre de l'atome, un proton tellement plus massif que l'électron qu'on peut considérer comme statique.

Il a été dit dans la section précédente que ce modèle n'est pas satisfaisant (émission d'ondes électromagnétiques).

Mais, Bohr ajoute deux conditions requises supplémentaires :

- L'électron ne rayonne pas d'énergie lorsqu'il se trouve sur une orbite dite « stable ». Ces orbites « stables » sont quantifiées et correspondent à des niveaux d'énergies déterminés. Ce sont les seules orbites sur lesquelles l'électron peut tourner sans émettre d'ondes électromagnétiques.
- L'électron ne rayonne ou n'absorbe de l'énergie que lorsqu'il change d'une orbite « stable » à une autre .

3.11. Mise en équations du modèle

1. La force électrique attractive qui règne entre les deux charges est égale à :

$$\vec{F}_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q \times q'}{r^2} \times \vec{u}_r = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{e^2}{r^2} \times \vec{u}_r$$

2. L'énergie potentielle est donnée par la relation suivante :

$$E(p) = -\frac{1}{4 * \pi * \epsilon_0} \times \frac{e^2}{r}$$

3. L'énergie cinétique de l'électron peut se calculer en partant du principe que la force centrifuge de l'électron doit être équilibrée par la force électrique qui s'exerce entre les deux particules. Dès lors, on a :

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{e^2}{r^2}$$

$$E(c) = \frac{mv^2}{2} = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \times \frac{e^2}{r}$$

4. Un atome peut être considéré comme un système isolé ; le principe de conservation de l'énergie totale peut être appliqué. On peut écrire :

$$E(0) = E(p) + E(c) = -\frac{1}{4 * \pi * \epsilon_0} \times \frac{e^2}{r} + \frac{mv^2}{2} = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \times \frac{e^2}{r} = -\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \times \frac{e^2}{r}$$

3.12. Instabilité dans le modèle planétaire

a) Dans le modèle précédent, le rayonnement n'est pas pris en compte.

b) On a simplement établi :

$$E(0) = -\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \times \frac{e^2}{r} \Rightarrow \delta E = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \times \frac{e^2}{r^2} \times \delta r$$

c) Il y a deux insuffisances à ce modèle ; en effet, si $\delta E < 0 \Rightarrow \delta r < 0$ cela implique que le rayon devrait diminuer par suite du rayonnement électromagnétique.

3.13. Quantification du moment cinétique

M. Niels Bohr eût l'idée de quantifier le moment cinétique de l'électron en posant la condition suivante : le moment cinétique de l'électron doit être un multiple de \hbar . Avec ces moments cinétiques quantifiés, l'électron serait alors sur des orbites stables, sans rayonnement électromagnétique. Pour cela, la relation suivante est à respecter : $mvr = n \times \hbar$.

Nous pouvons maintenant développer les équations comme suit :

$$\frac{m \cdot v^2}{r_n} = \frac{e^2}{r_n^2}$$

$$m \cdot v^2 \cdot r_n = e^2$$

$$m \cdot v^2 \cdot r_n \cdot m \cdot r_n = e^2 \cdot m \cdot r_n$$

$$m^2 v^2 r_n^2 = e^2 \cdot m \cdot r_n$$

$$(n\hbar)^2 = e^2 \cdot m \cdot r_n$$

$$r_n = \frac{n^2 \hbar^2}{e^2 \cdot m}$$

E1 est une unité d'énergie, appelée énergie de Rydberg (cf constante de Rydberg), et vaut environ -13.6 eV. Néanmoins cette théorie, même modifiée par Sommerfeld pour tenir compte des orbites elliptiques, ne survivra pas à la révolution de la mécanique quantique en 1926. *La physique classique est irrémédiablement incapable d'expliquer comment « fonctionne » un atome, même le plus simple de tous. Le monde des atomes échappe à la physique classique.* Seule, la mécanique quantique est capable d'expliquer le fonctionnement des atomes. Cette théorie utilise des outils mathématiques qui ne sont maîtrisés qu'au niveau supérieur. C'est pour cette raison que nous n'aborderons cette matière dans ce cours.

Nous terminerons ce sujet en disant qu'en ce qui concerne les atomes, il existe des orbites sur lesquelles l'électron peut « tourner » sans perdre de l'énergie. Á ces orbites correspondent des niveaux d'énergie. Pour l'atome d'hydrogène, ces niveaux peuvent être calculés à l'aide des formules suivantes :

$$\begin{aligned}r_1 &= 0.53 \times 10^{-11} \text{ m} \\E_1 &= -13.6 \text{ eV} \\r_n &= n^2 r_1 \\E_n &= -\frac{E_1}{n^2}\end{aligned}$$

Le niveau E_1 est appelé **niveau fondamental** pour la simple raison que dans son état « normal », l'atome d'hydrogène se trouve à ce niveau d'énergie, c'est-à-dire très lié à son noyau. Les autres niveaux d'énergie correspondent à des états dits « excités ». L'excitation d'un électron est toujours provoquée par sa collision avec un photon, appelé aussi « grain de lumière ». L'énergie d'un photon est donnée par la formule de Planck $E = h\nu$. La valeur de la constante de Planck est : $h = 6,63 \times 10^{-34}$ et ν est la fréquence du photon. Le niveau 0 eV correspond à l'absence de force d'attraction du noyau vis à vis de l'électron ; l'électron n'est plus du tout attiré par le noyau (proton). Ce niveau 0 eV est le niveau d'ionisation de tous les atomes. L'électron quitte l'atome qui n'est plus électriquement neutre, il devient un ion positif.

Il faut être conscient qu'il est impossible d'observer un électron ; en effet, cette observation implique une interaction entre une onde électromagnétique et l'électron lui-même. Bien entendu, cette interaction perturbera la position de l'électron. On ne peut donc pas savoir où se trouve un électron à un instant donné. Néanmoins, imaginons que le noyau de l'atome d'hydrogène se trouve à l'origine du système de coordonnées, et que l'on calcule le carré du module de la fonction d'onde ψ définie par l'équation de Schrödinger (équation de base de la mécanique quantique) à un point de coordonnées (x, y, z) . La valeur obtenue est égale à la probabilité que l'électron se trouve dans un élément de volume très petit dV entourant le point x, y, z . Dès lors, si nous nous fixons une probabilité égale à 0.99, soit 99 chances sur 100. En étendant nos calculs à tout l'espace qui se trouve autour du noyau, nous obtiendrons le ou les volumes où l'électron a 99 chances sur 100 d'être présent à l'intérieur de ces volumes particuliers qui portent le nom d'**orbitales**. Je vous invite à consulter le site suivant : Les orbitales [8]

3.13.1. Problème

Calculer l'énergie du photon qui ferait passer l'électron d'un atome d'hydrogène de son état fondamental à celui de $E_3 = -1.5 \text{ eV}$.

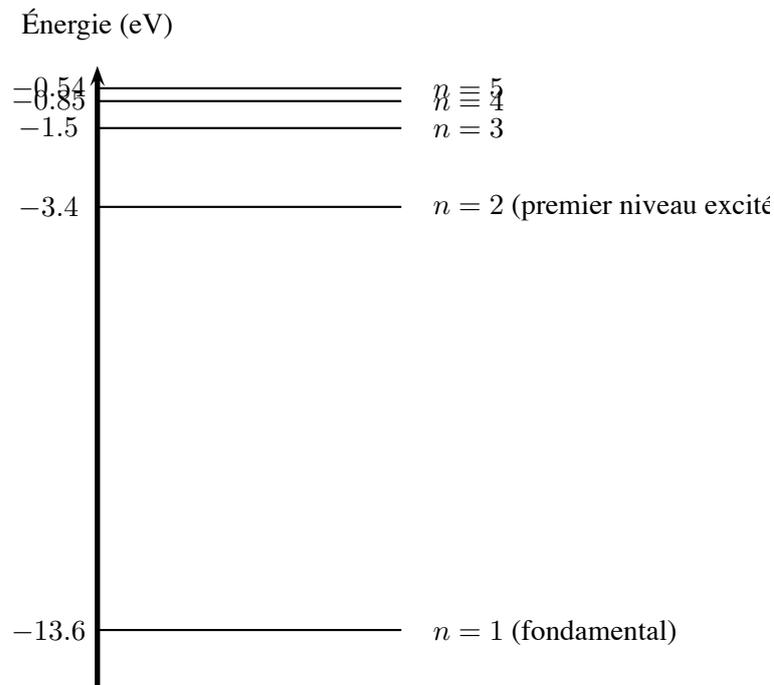


Figure 3.8 – Le diagramme des niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène

3.14. Cohésion de la matière

On peut se faire une idée assez précise de la cohésion d'une matière donnée en mesurant sa dureté ou son module d'élasticité E . Dans les laboratoires où l'on étudie les matériaux solides, il existe des machines capables de mesurer leurs différentes caractéristiques mécaniques (résistances à la traction, à la compression, à la flexion, à la torsion, aux chocs, aux pliages alternés, à la fatigue, à l'usure, à la corrosion, à la propagation d'une fissure, etc...). Avant de vous donner une idée de l'étendue de la variation du module d'élasticité des divers matériaux que nous utilisons, définissons ce qu'est le module d'élasticité E .

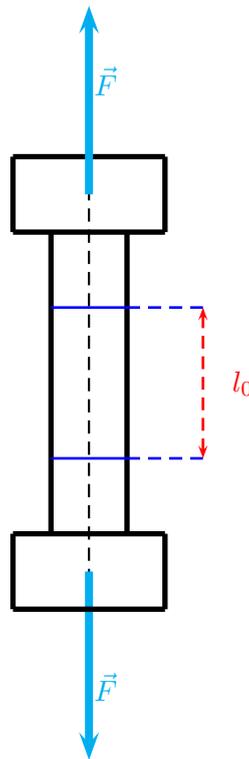


Figure 3.9 – Test de traction

L'éprouvette représentée par la figure ci-dessus est composée de deux parties :

1. Les deux têtes généralement cylindriques sont introduites dans les mâchoires de la machine de traction. C'est via ces têtes que la force de traction est transmise au corps central de l'éprouvette.
2. Sur le corps sont positionnés deux capteurs distants d'une longueur initiale l_0 .

Au début du test, lorsqu'on applique l'effort de traction, l'éprouvette s'allonge et la distance entre les capteurs augmente. Pour la plupart des matériaux très résistants tels que les aciers, par exemple, l'allongement est proportionnel à la force. Pour comparer les résultats obtenus par des laboratoires différents qui n'ont pas forcément les mêmes machines, on adopte la formule suivante pour le calcul du module d'élasticité :

$$E = \frac{\frac{F}{S}}{\frac{l-l_0}{l_0}} = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

avec $\sigma = \frac{F}{S}$ et $\epsilon = \frac{l-l_0}{l_0}$. σ est la contrainte de traction par unité de section ; son unité est le GP_a . D'autre part, ϵ qu'on appelle l'allongement est la variation relative de la longueur entre les deux repères, généralement exprimée en pour-cent.

La relation suivante s'appelle la loi de Hooke.

$$\sigma = E \times \epsilon$$

Matériaux	E (GP_a)	Matériaux	E (GP_a)
Diamant	1000	Carbure de tungstène	500
Chrome	300	Nickel	200
Fer	200	Acier doux	200
Platine	170	Cuivre	120
Titane	120	Silicium	100
Zinc	50	Aluminium	70
Etain	45	Béton	50
Bois	15	Plomb	15
Polystyrène	3	Polyéthylène	0.2/0.8
Caoutchoucs	0.05	PVC	0,005

Table 3.3 – Module d'élasticité de divers matériaux

Nous constatons l'énorme étendue des valeurs du module d'élasticité ; À l'exception du diamant, matériau non métallique, les métaux ont des valeurs qui s'étendent de 500 GP_a pour le carbure de tungstène à 15 GP_a pour le plomb. En bas du classement se trouvent ce que nous appellerons les matières plastiques. Pour expliquer cette large étendue, nous devons chercher du côté des forces qui existent entre les atomes au sein de ces matières.

3.15. La cohésion des matériaux

La cohésion de la matière *sous forme solide* est assurée par les forces créées par les liaisons inter-atomiques. Ces dernières agissent comme des ressorts qui relient les atomes entre eux. Mais en plus, la manière dont les atomes sont disposés les uns par rapport aux autres, influe également sur les caractéristiques mécaniques des matériaux. Nous allons aborder les trois liaisons fortes appelées respectivement : *ioniques, covalentes ou métalliques*. Ces liaisons s'évanouissent à des températures allant de 700°C et 4700°C. Au delà, les matériaux se mettent à fondre.

3.15.1. La liaison ionique

Nous prendrons le cas du sel de cuisine, c'est-à-dire du chlorure de sodium, de formule chimique Na^+Cl^- . Pour arriver à cette liaison ionique, il a fallu que l'atome de Na perde un électron au profit de celui du chlore. L'énergie d'ionisation du sodium donnée par le tableau de Mendeleev est : 495,8 kJ/mole. Calculons l'énergie d'ionisation d'un seul atome de Na. Pour cela, nous devons diviser l'énergie d'ionisation donnée pour une mole par le nombre d'Avogadro ; rappelons que le nombre d'Avogadro est le nombre d'atomes contenus dans une mole, sa valeur est égale à : $6,0221367 \cdot 10^{23}$. Donc, pour ioniser un atome de sodium, il faut lui fournir une énergie égale à : 5,14 eV. Le travail étant positif, donc il faut fournir ce travail pour que l'atome de Na passe à l'état d'ion.

C'est tout le contraire avec l'atome de Chlore qui est très électronégatif, c'est-à-dire qu'il cherche à capter un électron quand l'occasion se présente. Lors de son ionisation, l'atome de Chlore fournit une énergie de -3,61 eV. Le bilan de la création des ions $U_{ionisation}$ est égal à = 1,53 eV.

Selon la loi de Coulomb, ces ions étant de signes opposés vont s'attirer avec une force donnée par la formule classique suivante :

$$F = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \times d^2}$$

Le travail de cette force va permettre le rapprochement des ions.

En principe, lorsque la distance entre ions Na^+ et anions Cl^- est telle que l'énergie potentielle est minimale. Alors, la distance inter-ionique (0,282 nm) correspond à la liaison la plus stable. L'énergie

potentielle passe par une valeur minimale pour la raison suivante : lorsque les ions se rapprochent un peu trop, les électrons des couches inférieures interfèrent et une force de répulsion importante apparaît. Le graphique ci-dessous nous montre l'évolution de l'énergie potentielle U en fonction de la distance entre ions, donnée par la formule ci-dessous :

$$U = U_{ionisation} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \times r} + \frac{A}{r^n}$$

L'expression mathématique $\frac{A}{r^n}$ représente le potentiel répulsif.

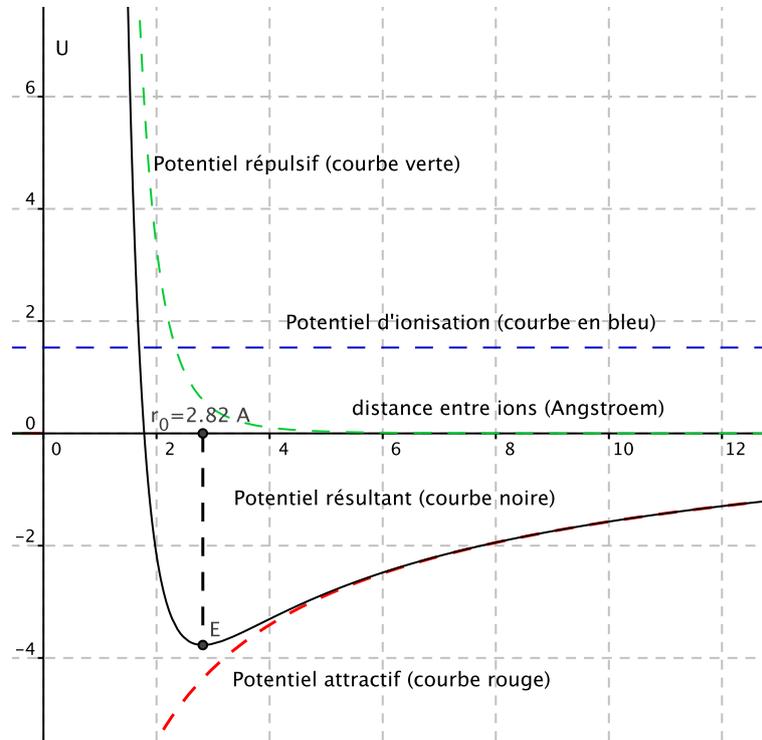


Figure 3.10 – La liaison ionique

3.15.2. La liaison covalente

Ce type de liaison se rencontre notamment dans les matériaux tels que : les céramiques, le tungstène, le verre, la pierre, le diamant, etc... . Le principe de ces liaisons est basé sur le remplissage à saturation des orbitales de manière à ce que la structure cristalline ait une énergie potentielle minimale. Ce type de liaison peuvent être très rigide. Le diamant, le plus dur des matériaux est construit avec des liaisons de covalence.

3.15.3. La liaison métallique

Pour faire simple, nous dirons que dans un métal, les électrons les plus dynamiques arrivent à quitter leur propre atome « originel » pour aller se balader au sein du réseau cristallin. Durant son périple, il existe une probabilité que l'électron se fasse attraper par un ion positif, c'est-à-dire un autre atome qui a lui-même déjà perdu un électron. Il en résulte que les électrons peuvent se déplacer plus ou moins facilement suivant le métal considéré. Cette plus ou moins grande mobilité des électrons expliquent la plus ou moins grande conductivité électrique des métaux.

3.15.4. L'influence de l'empilement des atomes sur le module d'élasticité E

Il est assez facile à comprendre que l'empilement des structures « *crystalline, covalente, métallique, etc...* » influence aussi les caractéristiques mécaniques des matériaux. Les figures ci-dessous illustrent assez bien les conséquences de l'empilement des atomes.

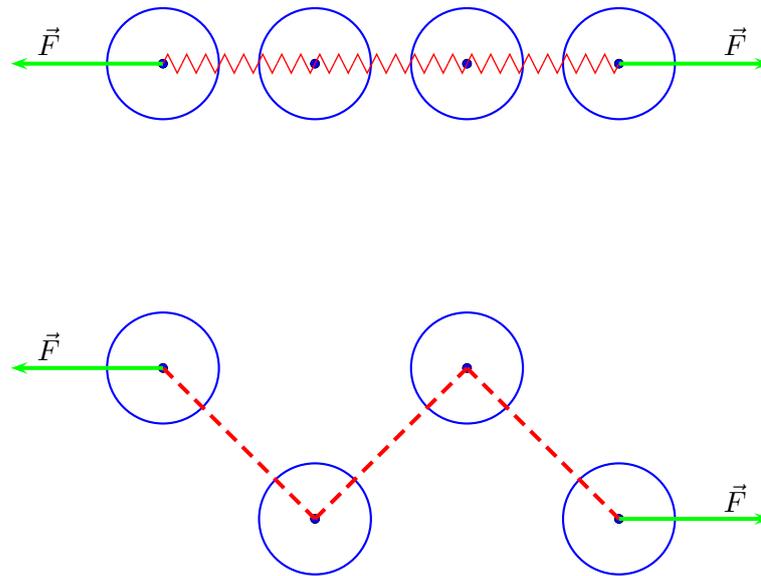


Figure 3.11 – L'empilement des atomes

Mais, nous n'irons pas plus loin dans l'étude de l'influence de la structure cristalline des matériaux sur leurs caractéristiques mécaniques et électriques. C'est un vaste sujet que nous reprendrons dans les deux prochaines années.

3.16. Les trois états de la matière

Toutes les matières peuvent se trouver dans les trois états différents qui sont :

1. L'état solide
2. L'état liquide
3. L'état gazeux

L'état d'une matière dépend de deux paramètres : sa température, ainsi que la pression qui règne autour d'elle.

Considérons l'exemple de l'eau à la pression atmosphérique, soit 760 mm Hg qui est à l'état solide lorsque sa température est inférieure à 0°C . Ensuite, elle se liquéfie entre 0°C et 100°C . Au-dessus de 100°C , elle se vaporise. Mais attention, lorsqu'on chauffe un litre d'eau pour l'amener à sa température de vaporisation (100°C), le litre d'eau ne se vaporise pas instantanément ! Il faudra encore dépenser beaucoup d'énergie calorifique pour le vaporiser complètement. Pendant ce processus de vaporisation, l'eau existe sous les deux phases : liquide et gazeuse.

C'est ce qui arrive à l'ensemble des éléments chimiques repris dans le tableau de Mendeleïev que nous allons survoler maintenant. Pour cela, nous devons aller sur le site suivant : TP

Nous pouvons également observer quelques cristaux tels que :

L'état solide est un des états de la matière caractérisé par l'absence de liberté entre les molécules ou les ions (métaux par exemple). Les critères macroscopiques de la matière à l'état solide sont :

- le solide a une forme et un volume propre. Ce que je veux dire c'est que si je met une tige métallique dans une bouteille, la tige ne va pas prendre la forme de la bouteille.
- Si un objet solide est ferme, c'est grâce aux liaisons entre les atomes, ions ou molécules composants du solide. Par exemple, les liaisons covalentes lient les atomes de carbone d'un diamant. Elles sont difficiles à déformer. Les solides purement covalents sont normalement assez durs.
- Il existe aussi les liaisons ioniques, entre des ions de charges opposés. Elles assurent la cohésion d'un grain de sel par exemple, grâce à la liaison entre les ions positifs de sodium et négatifs de chlorure.
- Les liaisons métalliques rendent aussi la matière solide à température normale (à l'exception du mercure). Elles se forment entre n'importe quel atome métallique et dans n'importe quelle position relative des atomes. Donc les solides métalliques sont plus malléables.
- Des liaisons plus faibles comme les liaisons hydrogène rendent la matière solide à des températures peu élevées (exemple : la glace).
- Beaucoup de polymères comme le polyéthylène (PE) ou le polytétrafluoroéthylène ont des liaisons covalentes entre les atomes de carbone dans leurs chaînes, mais des liaisons de van der Waals entre les chaînes. Le PE est une matière thermoplastique car lors du moulage à chaud, les chaînes glissent facilement entre elles dans le moule.

Cependant, considérer le solide comme un état figé de la matière serait une erreur, car les atomes vibrent autour de leur position d'équilibre. Et, lorsque la température du solide augmente, l'amplitude des vibrations augmentent aussi et ce, jusqu'à rompre les liaisons lors de la fusion du solide.

Les solides ont une faible dilatation et une faible compressibilité.

Lors du remplissage d'un récipient par un liquide, on observe que ce dernier prend la forme intérieure du récipient. Cette simple expérience nous amène à formuler les remarques ci-dessous :

- les liquides n'ont de forme propre. Malgré que pour les plus visqueux, il existe encore des forces de liaison non négligeables.
- lors du remplissage d'un récipient, les molécules n'étant que faiblement liées entre elles, « roulent les unes sur les autres » ; ce qui explique que les liquides s'adaptent à la forme du récipient.
- le passage de l'état solide à l'état liquide s'appelle la liquéfaction.

Quelques mots à propos de l'état gazeux. Cette fois, les molécules ne sont plus du tout liées entre-elles. Elles ont une énergie cinétique qui leur confère une vitesse moyenne élevée. Par exemple, l'air que nous respirons, composé d'un mélange de 4/5 d'azote et 1/5 d'oxygène à 30°, les molécules d'azote et d'oxygène ont respectivement une vitesse moyenne de 480 m/s et 515 m/s. C'est cette vitesse élevée qui a l'origine de la pression qui règne dans le réservoir, le ballon ou l'enveloppe qui contient le ou les mélanges gazeux.

3.16.1. Le zéro absolu

Il existe un zéro absolu des températures qui est égal à : $-273,15^{\circ}\text{C}$. Cette température est à l'heure actuelle purement théorique et n'existe pas dans la nature. Dans l'échelle **Kelvin**, le zéro absolu correspond au 0 K. Cette échelle est utilisée comme unité de mesure en physique. À ce jour, aucun scientifique n'a atteint cette absence de température.

En 1848, Lord Kelvin et William Thomson constatent une corrélation entre la baisse de température et celle de la chaleur d'un corps. Au zéro absolu, plus aucune chaleur ne peut être tirée de ce corps. Toutes les particules constituantes de la matière seraient inertes. Certains imaginent même que les électrons cesseraient de graviter autour de leurs noyaux. Que deviendraient les atomes et donc la matière à cette température ?

L'optique a pour objet l'étude des phénomènes de propagation de la lumière dans le cadre de l'utilisation d'objets tels que les miroirs, les lentilles et les lunettes nécessaires aux corrections de la vue.

4.1. La lumière se propage en ligne droite !

La lumière envoyée par la source lumineuse S vers un écran percé d'un trou de l'ordre du mm de diamètre, pourra poursuivre son trajet jusqu'au troisième écran si l'écran intermédiaire, identique au premier est parfaitement aligné avec la source S et le trou de la première plaque. En cas de non-alignement, la tache lumineuse disparaîtra. Donc, nous pouvons conclure que la lumière se propage en ligne droite.

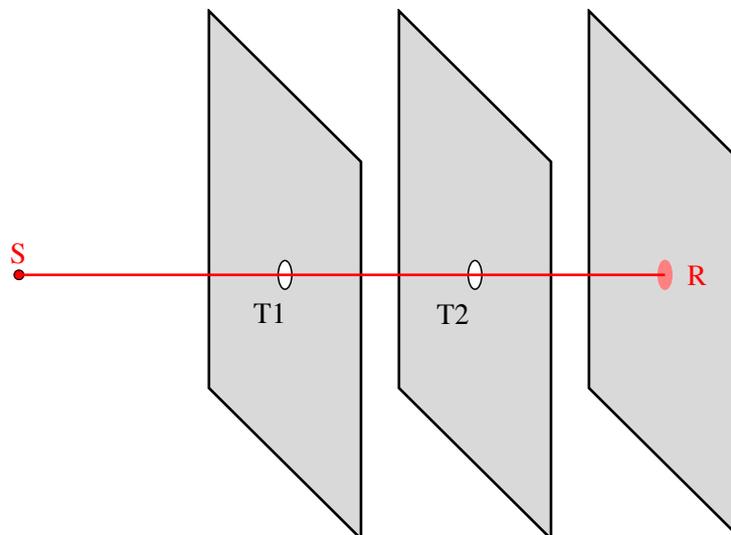


Figure 4.1 – La propagation de la lumière

4.2. La structure de la lumière

Mais au fait, c'est quoi la lumière ? Les physiciens répondrons qu'un rayon lumineux est une « onde électromagnétique », c'est-à-dire le résultat du "couplage" d'un champ électrique et d'un champ magnétique vibrant en phase, à la même fréquence en se propageant en ligne droite.

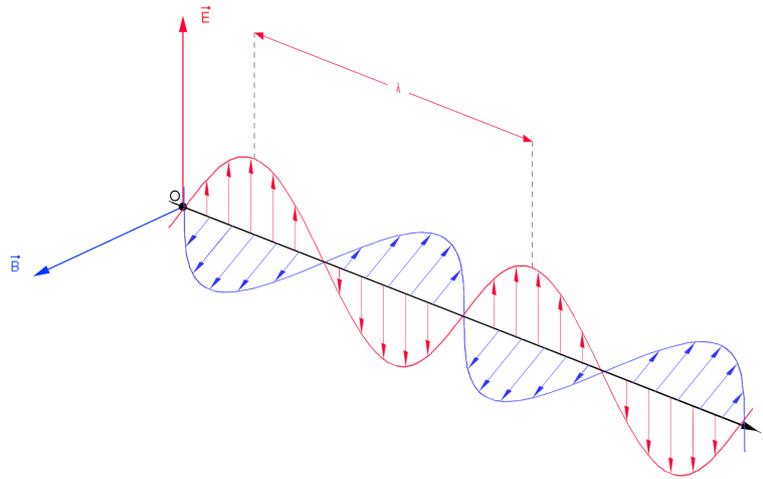


Figure 4.2 – La structure d'une onde électromagnétique

Pratiquement, il est physiquement impossible d'isoler un rayon lumineux. En fait, ce que notre œil est capable de voir, c'est un faisceau lumineux composé de nombreux rayons lumineux.

L'ensemble des ondes "em" que l'oeil humain est capable de voir est ce qu'on appelle le *spectre visible*. Mais le spectre électromagnétique en son entier est beaucoup plus large. La figure ci-dessous reprend l'ensemble du spectre.

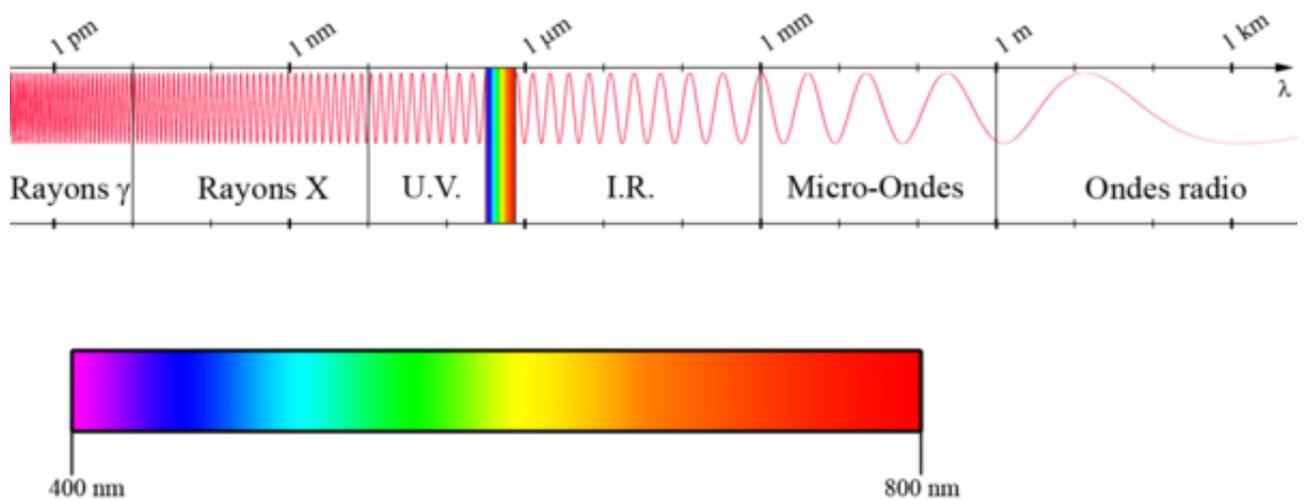


Figure 4.3 – Le spectre électromagnétique

4.3. Un faisceau tombant sur un bac rempli d'eau

L'une des premières expériences réalisée en optique est celle d'un faisceau monochromatique qui tombe sur la surface horizontale de l'eau contenue dans un bac en verre.

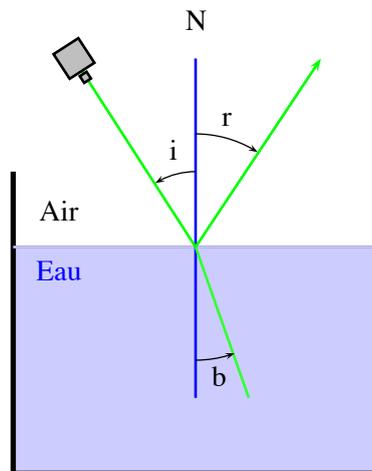


Figure 4.4 – Réflexion et réfraction

Cette expérience peut aussi s'appeler « un faisceau tombant sur un dioptre ». Pour mieux comprendre, il suffit de savoir qu'un dioptre est une surface de séparation de deux milieux transparents différents. La réalisation de cette expérience nécessite l'utilisation d'une source de lumière monochromatique, c'est-à-dire une lumière ne contenant qu'une seule couleur. Faire l'expérience avec une lumière blanche entraînerait sa décomposition à la manière d'un arc en ciel.

Nous allons mesurer la valeur des angles d'incidence et de réflexion. On constate que ces deux angles sont égaux, et si on déplace la source de lumière pour changer la valeur de i , on a toujours une égalité parfaite des angles d'incidence et de réflexion. Bref, on peut écrire la relation suivante :

$$r = i$$

Le rayon qui pénètre dans l'eau subit une *réfraction* en se rapprochant de la normale N. Il existe un rapport constant entre le sinus de l'angle incident et le sinus de l'angle de réfraction.

$$\frac{\sin(i)}{\sin(r)} = n$$

L'indice de réfraction dépend des deux milieux transparents et de la lumière monochromatique utilisée. Ainsi, pour la lumière jaune, l'indice de réfraction de l'eau par rapport à l'air vaut $4/3$, ce qui s'écrit $n_{eau/air} = 4/3$. Pour calculer l'angle de réfraction en fonction de l'angle d'incidence, on peut utiliser la relation :

$$\frac{\sin(i)}{\sin(r)} = n_{eau/air}$$

4.3.1. Problème

Calculons l'angle de réfraction lorsque l'angle d'incidence vaut 45° dans le cas d'un faisceau qui passe de l'air dans l'eau.

4.3.2. Solution

1. L'indice de réfraction $n_{\text{eau/air}}$ est égal à $4/3$.
2. Le sinus de l'angle i est égal à $\sin(45^\circ)$, soit $0,707$.
3. Le sinus de r se calcule en divisant le $\sin(i)$ par $4/3$. On a donc : $\sin(r) = \frac{0,707 \times 3}{4} = 0,53025$ d'où $r = \arcsin(0,53025) = 32^\circ$

Nous allons utiliser deux autres dioptries et réaliser plusieurs expériences en allant au labo virtuel. Labo-réfraction

Ce sera l'occasion d'approfondir les phénomènes relevant de la réfraction.

4.4. Le miroir plan

4.4.1. Images virtuelles produites par un miroir plan

En regardant un miroir plan, nous observons derrière le miroir les images des objets qui se trouvent devant.

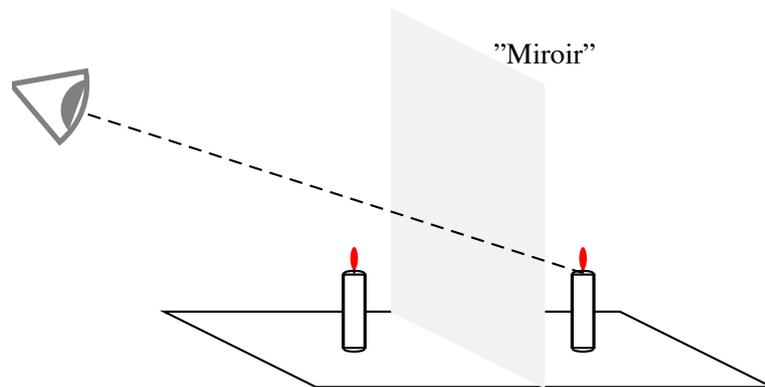


Figure 4.5 – Le miroir plan

L'image produite par un miroir plan est symétrique de l'objet par rapport au miroir. Placez-vous devant un miroir plan et tirez votre oreille gauche. Que constatez-vous ?

Constatation : l'image reflétée par le miroir montre que nous tirons sur l'oreille droite. Ce qui ne correspond pas à la réalité.

Conclusion : les images créées par un miroir plan sont **virtuelles**. Et, quand vous vous regardez dans un miroir, vous voyez l'image de votre symétrique.

4.5. Comment le miroir plan produit les images "virtuelles"

Le point lumineux A' vu par l'œil, image virtuelle du point A , se trouve au point d'intersection des prolongements des rayons réfléchis. L'observateur voit le point lumineux A' alors que ce point lumineux n'existe pas. Vous pouvez placer une bougie **éteinte** derrière le miroir à l'endroit exact de la position symétrique

de A par rapport au miroir. Même dans ce cas, la bougie vue par l'observateur sera toujours allumée. Ce qui prouve que l'image formée derrière le miroir n'existe pas réellement ; elle est donc **virtuelle**.

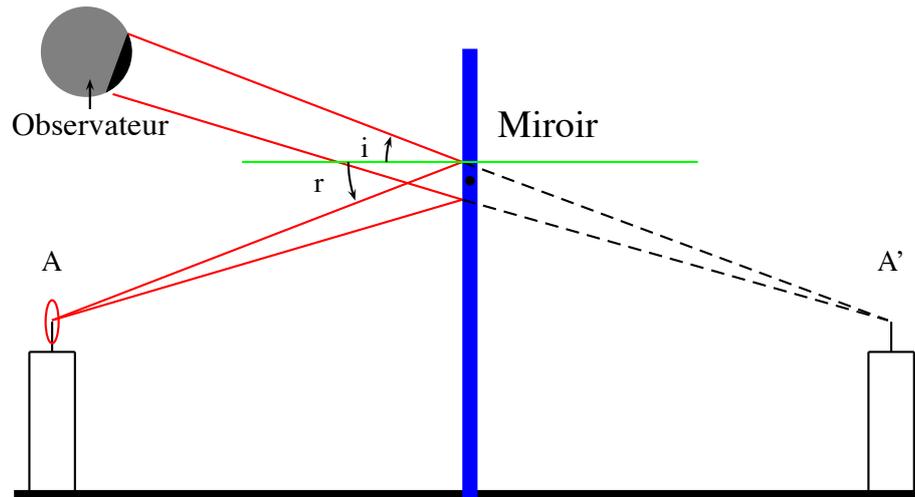


Figure 4.6 – Les images virtuelles d'un miroir

4.5.1. Devoir

Dans une cabine d'essayage, on place un miroir plan rectangulaire de telle façon que les personnes dont la taille varie entre 1,5 m et 1,9 m puissent s'y regarder en entier, quelle que soit la distance qui les sépare du miroir. On suppose que l'œil se situe 10 cm en dessous du sommet de la tête. Veuillez calculer :

1. la hauteur maximale du bord inférieur du miroir par rapport au sol.
2. La hauteur minimale du miroir.

4.6. Notions générales sur les images virtuelles et réelles.

Il existe deux manières de faire la distinction entre une image réelle et une image fictive :

1. **Si l'image peut être recueillie sur un écran, elle est réelle. Sinon, elle est virtuelle.**
2. **Après avoir tracé la trace fléchée des rayons passant par un point de l'objet, on suit ceux qui quitte la face de sortie s du système. Si le faisceau de sortie est convergent, l'image est réelle. Si le faisceau diverge, l'image est virtuelle.**

4.7. Les lentilles sphériques minces

4.7.1. Définitions

1. une lentille sphérique est un milieu transparent limité par deux dioptrés sphériques ou par un dioptré sphérique et un dioptré plan. On ajoutera qu'une lentille mince est une lentille dont l'épaisseur est négligeable devant les rayons de courbures de ses dioptrés.
Dans ce cas, les points S1 et S2 peuvent être confondus avec le point O appelé « centre optique » de la lentille.
2. Il existe des lentilles à bords minces et à bords épais.

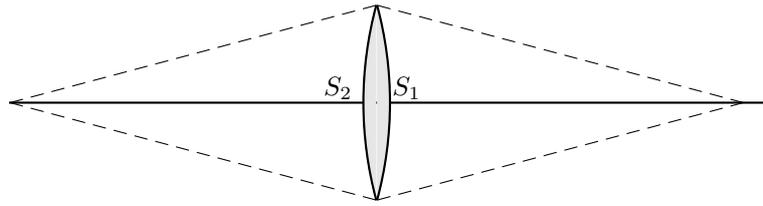


Figure 4.7 – lentille à bord mince bi-convergente

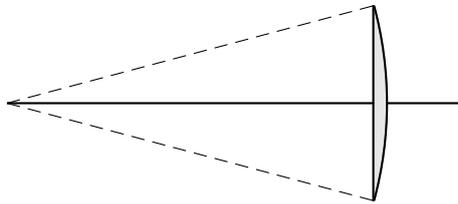


Figure 4.8 – lentille à bord mince plan-convergente

3. L'axe principal d'une lentille est la droite qui joint les centres de courbure des deux dioptrés sphériques comme indiqué sur la figure ci-dessous.
4. Dans le cas d'une lentille avec un dioptré plan, l'axe principal est la perpendiculaire au dioptré plan passant par le centre du dioptré sphérique.
5. il existe également des lentilles à bords épais ayant une forme qui ressemble à la figure ci-dessous :

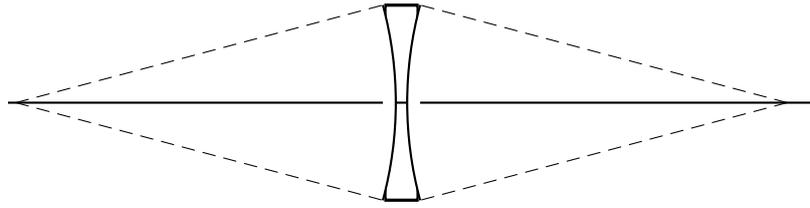


Figure 4.9 – Lentille divergente double

6. Il existe aussi des lentilles divergentes ayant une face plane.

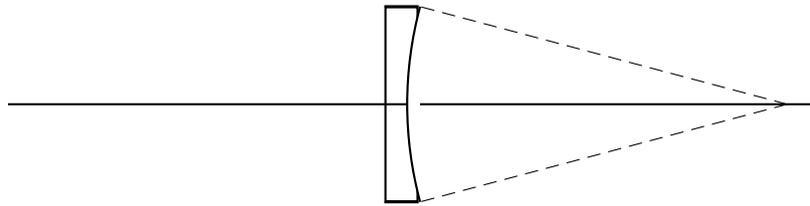


Figure 4.10 – Lentille plan-divergente

Pour simplifier nos dessins, nous représenterons une lentille mince par un segment de droite perpendiculaire à l'axe principal en son centre optique.

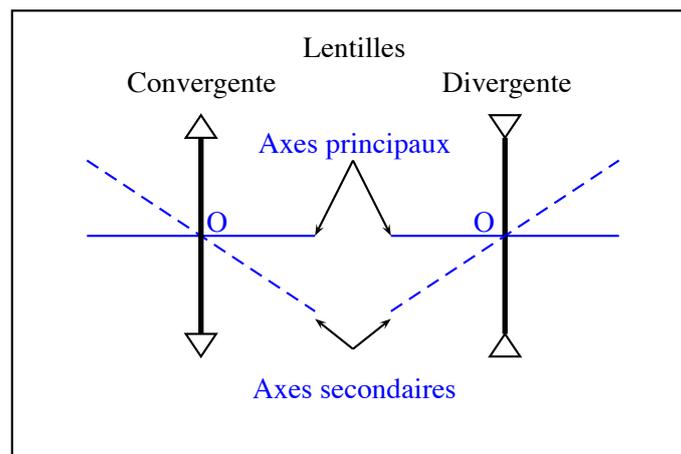


Figure 4.11 – Représentations symboliques des lentilles

4.8. Images produites par les lentilles

4.8.1. Lentilles convergentes

Orientons l'axe principal de la lentille vers un objet assez éloigné, de manière à capter la lumière dans le sens droite/gauche. Sur un écran perpendiculaire à l'axe, du côté de la face de sortie nous constatons la présence d'une image *réelle* de l'objet.

4.9. L'œil humain

L'œil est un système optique constitué de trois dioptries dont les centres se trouvent sur un même axe. Ce sont la cornée, la face antérieure du cristallin et la face antérieure du cristallin. La figure ci-dessous nous montre une structure simplifiée de l'œil en ne considérant que l'aspect « *optique* » de l'œil.

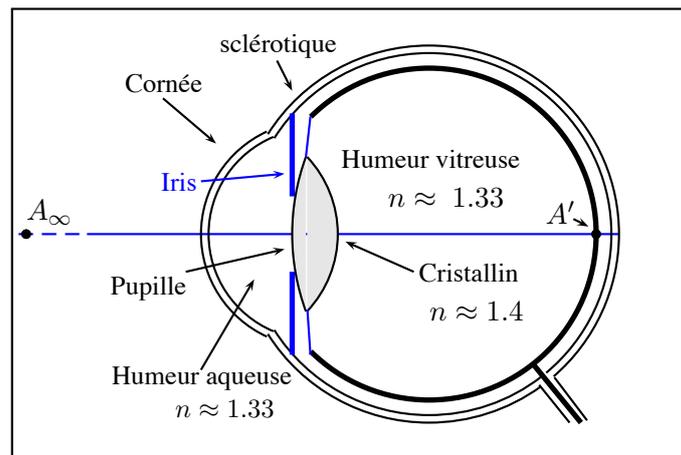


Figure 4.12 – Œil humain

Les rayons lumineux très éloignés, issus d'un point A_{∞} , pénètrent dans l'œil en subissant trois réfractions successives pour converger vers le point A' situé sur la rétine et qui est l'image de A_{∞} produite par l'œil. L'œil normal est donc capable de voir des objets lointains.

Si A se rapproche de l'œil, A' se déplace aussi dans le même sens que A . Mais, sous l'action de muscles spéciaux, le cristallin se déforme pour ramener l'image A' sur la rétine. Ce processus d'adaptation se nomme *accommodation*. Néanmoins, ce processus d'accommodation est limité. Lorsque la distance devient très petite, les muscles atteignent leurs limites et ne sont plus capables de déformer le cristallin. L'accommodation a aussi atteint sa limite de vision distincte. Ce point le plus rapproché que l'œil peut voir nettement s'appelle le « *punctum proximum* ». Pour un œil normal, cette distance est de l'ordre de 15 cm.

4.10. Les défauts de l'œil

Les défauts peuvent se classer comme suit :

1. La myopie est le défaut d'un œil qui, sans accommodation, est trop convergent.
2. L'hypermétropie est le contraire de la myopie.
3. À partir d'un certain âge, la capacité des muscles agissant sur le cristallin diminue fortement. La faculté d'accommodation est réduite. C'est la presbytie.

4. Lorsque les trois dioptries ne forment pas un ensemble parfaitement sphérique. Ce cas s'appelle l'astigmatisme.

Les causes de ces anomalies sont indépendantes. Dès lors, il est tout-à-fait possible que la vue d'une personne soit affectée par la myopie tout en étant presbyte avec en plus un peu d'astigmatisme. Nous étudierons en 5^{ième} les moyens possibles de correction de ces défauts.

4.11. Construction des images

Plaçons un objet Ob à la position p du côté droit d'une lentille convergente de distance focale égale à 15 mm. L'axe optique principal est choisi comme axe de coordonnées ; il est orienté positivement vers la droite avec pour origine au centre optique de la lentille, soit o .

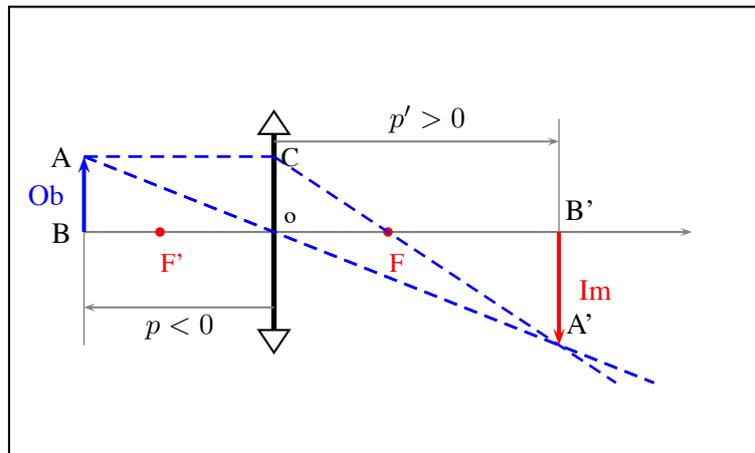


Figure 4.13 – L'image d'un objet avec une lentille convergente

La construction graphique est assez facile ; il suffit de tracer un rayon parallèle à l'axe optique et qui passe par le sommet de l'objet. Nous savons que dans ce cas, le rayon sera dévié en passant par le foyer *sortant* de la lentille.

D'autre part, nous savons également qu'un rayon qui passe par le centre optique d'une lentille convergente n'est pas dévié. Dès lors, l'intersection des deux rayons de sortie donne la position et la grandeur de l'image Im .

4.12. Définition du grandissement

Par définition, le rapport $\frac{Im}{Ob}$ est appelé le *grandissement linéaire*.

$$G = \frac{Im}{Ob}$$

$G > 0$, si l'image est orientée dans le même sens que l'objet. On dit aussi que l'image est *droite* par rapport à l'objet.

Par contre, $G < 0$, si l'image est renversée par rapport à l'objet.

4.13. Grandeur et sens de l'image

Désignons par p , p' et f les mesures algébriques des segments OB , OB' et OF . Pour trouver une autre expression de G qui est le rapport $\frac{A'B'}{AB}$, il suffit de constater que les triangles rectangles $A'B'O$ et ABO

sont semblables. Donc, nous pouvons écrire :

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{OB'}{OB}$$

Remplaçons les segments par leurs mesures, il vient :

$$G = \frac{Im}{Ob} = \frac{p'}{p} \quad (4.1)$$

4.14. Calcul de la position et de la nature de l'image

Les triangles $FA'B'$ et FCO sont semblables, on peut alors écrire :

$$\frac{A'B'}{CO} = \frac{FB'}{FO}$$

Puisque $CO = AB$, on peut écrire : $\frac{A'B'}{AB} = \frac{FB'}{FO}$ La relation de Chasles permet d'écrire :

$$FB' = FO + OB'$$

Le rapport image sur objet devient :

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{FO + OB'}{FO}$$

Dans cette relation, on peut remplacer le rapport Im/Ob par le rapport OB'/OB La relation devient :

$$\frac{OB'}{OB} = \frac{FO + OB'}{FO}$$

soit,

$$\frac{p'}{p} = \frac{-f + p'}{-f}$$

Le produit des extrêmes est égal au produit des moyens, on a :

$$-p'f = -pf + pp'$$

Enfin, en divisant les membres de l'équation par le produit $pp'f$, il vient :

$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f} \quad (4.2)$$

- [1] U.C. Berkeley Physics Lecture : Mechanics — Acceleration — « Coin and Feather » fall in an evacuated rotatable tube. Copie du copyright du Museum Informatics Project de L'Université de Californie, Berkeley (USA).

NOTICE OF COPYRIGHT AND DISCLAIMER

This material is Copyright 1991, 1996 by The Regents of the .University of California (The Regents), All Rights Reserved. This material is supplied "as is", without any accompanying services from The Regents. The Regents do not warrant that this material is error-free. The material was developed for research and educational purposes and it is advised not to rely exclusively on it for any reason. You are permitted to display and copy this material for not-for-profit, educational, research, and scholarly purposes only, provided that any copy you make must reproduce and display this notice of copyright and disclaimer. IN NO EVENT SHALL THE REGENTS BE LIABLE TO ANY PARTY FOR DIRECT, INDIRECT, SPECIAL, INCIDENTAL, OR CONSEQUENTIAL DAMAGES, INCLUDING LOST PROFITS, ARISING OUT OF THE USE OF THIS COPYRIGHTED MATERIAL, EVEN IF THE REGENTS HAS BEEN ADVISED OF THE POSSIBILITY OF SUCH DAMAGE. THE REGENTS SPECIFICALLY DISCLAIMS ANY WARRANTIES, INCLUDING, BUT NOT LIMITED TO, THE IMPLIED WARRANTIES OF MERCHANTABILITY AND FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE. THE COPYRIGHTED MATERIAL PROVIDED HEREUNDER IS FURNISHED ON AN "AS IS" BASIS, AND THE REGENTS HAS NO OBLIGATION TO PROVIDE MAINTENANCE, SUPPORT, UPDATES, ENHANCEMENTS,OR MODIFICATIONS.

- [2] Les portraits des physiciens de ce livre, ainsi que certaines figures ont été extraits de l'encyclopédie libre, Wikipedia. Wikipedia
- [3] Einstein/Infeld.*L'évolution des idées en physique - page 26* FRANCE LOISIRS 123, boulevard de Grenelle, Paris. ©1983,Flammarion, Paris.
- [4] Cette image a été mise dans le domaine public par son auteur M. Pearson Scott Foresman et donné à la Wikimedia Foundation.
- [5] Cette image a été mise dans le domaine public par son auteur M. Ruizo dans le projet wikipedia.
- [6] Site du Système International des unités. SUI
- [7] Cette image a été mise dans le domaine public par son auteur Mme Patricia Fidi.
- [8] Site créé par Madame Diane Berge qui montre la chimie avec beaucoup de simplicité. Félicitations ! Orb
- [9] Tableau périodique des éléments chimiques très bien présenté. TPEC