

Chapitre ... : La factorisation

1. Introduction

En classant les douze expressions suivantes, celles factorisée (mises sous forme de produit), d'un côté, et celles développées (sous forme de somme ou de différence), de l'autre côté, Sabine constate que toutes « vont par deux ».

$x^2 + 3x$	$(x + 3)^2$	$x^2 + 6x + 9$	$(x - 3)^2$
$x \cdot (x - 3)$	$x^2 - 16$	$(x + 8) \cdot (x - 2)$	$x \cdot (x + 3)$
$x^2 - 3x$	$(x + 4) \cdot (x - 4)$	$x^2 - 6x + 9$	$x^2 + 6x - 16$

Aide-la à classer correctement ses expressions et remplis le tableau.

Expressions factorisées	=	Expressions développées
.....	=
.....	=
.....	=
.....	=
.....	=
.....	=
.....	=

2. Synthèse

2.1. Définition

Factoriser une expression algébrique, c'est transformer une
(ou une) en

2.2. Exemple

$P(x) = 2x^3 + 3x^2$ est écrit sous la forme d'une somme.

$P(x) = x^2 \cdot (2x + 3)$ est écrit sous forme d'un produit.

2.3. Méthodes pour factoriser

Factoriser, c'est transformer une écriture somme en écriture produit.

Exemples	
<p>① La mise en évidence</p> <p>Si les termes de l'expression comportent un facteur commun, on peut le mettre en évidence pour transformer la somme en un produit.</p>	$-3x^2 + 3x + 12 = 3 \cdot (-x^2 + x + 4)$ $4a^2 - a = a \cdot (4a - 1)$ $5 \cdot (x + 1) - 6 \cdot (x + 1) \cdot (x + 3) = (x + 1) \cdot (5 - 6 \cdot (x + 3))$ $= (x + 1) \cdot (-13 - 6x)$ $(x - 4)^2 - 5x(x - 4) = (x - 4) \cdot (x - 4 - 5x)$ $= (x - 4) \cdot (-4x - 4)$ $= -4 \cdot (x - 4) \cdot (x + 1)$
<p>② Les produits remarquables</p> <p>Si l'expression comporte deux termes, elle peut se factoriser si c'est une différence de deux carrés :</p> $a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$ <p>Si l'expression comporte trois termes, elle peut se factoriser si c'est un carré parfait :</p> $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$	$4a^2 - c^2 = (2a - c) \cdot (2a + c)$ $9x^2 - 16 = (3x - 4) \cdot (3x + 4)$ $9x^2 + 24x + 16 = (3x + 4)^2$ $16x^2 - 40x + 25 = (4x - 5)^2$

Remarque :

Les méthodes de factorisation peuvent se combiner.

EXEMPLE

$$36x^2 - 16 = 4 \cdot (9x^2 - 4) = 4 \cdot (3x - 2) \cdot (3x + 2)$$

$$15x^2 + 30x + 15 = 15 \cdot (x^2 + 2x + 1) = 15 \cdot (x + 1)^2$$

$$4x + 2 - 6x \cdot (2x + 1) + 2 \cdot (2x + 1) - 6x \cdot (2x + 1) = (2x + 1) \cdot (2 - 6x) = 2 \cdot (2x + 1) \cdot (1 - 3x)$$

3. Exercices

① Range les expressions mathématiques en deux catégories : les écritures sommes et les écritures produits.

$5x - 2$

$(x - 1) \cdot (2x - 3)$

$(5x - 2)^2$

$3xy + 2x$

$\left(\frac{3x}{2} - 2y\right) \cdot y$

$(5x - 2)^2 + x$

$\frac{3x}{2} - 2xy$

x^2yz

$3x^2 + 2x - 5$

② Calcule mentalement en utilisant la mise en évidence.

$$7,31 \cdot 15 - 7,31 \cdot 2 - 7,31 \cdot 3 =$$

$$-0,8 \cdot 5,6 + 1,7 \cdot 5,6 + 0,1 \cdot 5,6 =$$

③ Factorise les expressions suivantes en utilisant la mise en évidence.

$$3x^2 + 2x + 6x^3$$

$$-12ab + 6a^2$$

$$6x^3 - 15x^2$$

$$-10x^2y^3 + 4x^4y^3$$

④ Factorise les expressions suivantes en utilisant les produits remarquables.

$$81 - x^2$$

$$9x^2 - 25y^2$$

$$x^2 + 2x + 1$$

$$4x^2 - 8x + 4$$

⑤ Complète le tableau suivant.

Écriture SOMME	Écriture PRODUIT
	$x \cdot (8 + y)$
$3y - 3$	
	$(b + 3)^3$
$5b^2 - 2ab$	
	$2 \cdot (1 + b)$
$x^2 - 6x + 9$	
	$(x - 5) \cdot (x - 3)$

⑥ Factorise, si possible, en utilisant la méthode la plus rapide.

$$2x^2 - 50$$

$$3x^2 - 21x + 36$$

$$25x^2 - 9$$

$$2x^2 + 11x + 12$$

$$4x^2 - 12x + 9$$

$$3x^2 - 2x - 1$$

$$-3x^2 - 6 =$$

$$-5x + 2 \cdot (x^2 + 1)$$

⑦ Relie chaque polynôme à sa factorisation.

$4x^2 + 12x$	◇	◇	$(2x - 1) \cdot (3x + 2)$
$6x^2 + x - 2$	◇	◇	$4 \cdot (x - 1) \cdot (x + 3)$
$10x^2 + 119x - 12$	◇	◇	$(x - 3) \cdot (x + 4)$
$x^2 + x - 12$	◇	◇	$10 \cdot (x - \frac{1}{2}) \cdot (x + \frac{2}{5})$
$10x^2 - x - 2$	◇	◇	$4x \cdot (x + 3)$
$16x^2 + 24x + 9$	◇	◇	$(4x + 3)^2$
$4x^2 + 8x - 12$	◇	◇	$(10x - 1) \cdot (x + 12)$

⑧ Factorise les expressions suivantes.

$$2x^3 + 12x^2 + 18x$$

$$12x^3 - 36x^2 + 27x$$

$$-32x - 16x^2 - 2x^3$$

$$5x^4 - 45x^2$$

$$(5x - 2)^2 - x \cdot (9x - 4)$$

$$(2x + 3) - (4 + 2x)^2$$