|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| http://www.pepit.be/cabri/acti2/Images/neutre/theorie2.gif | ***Partie théorique*** | http://www.pepit.be/cabri/acti2/Images/neutre/theorie1.gif |

**Chapitre 2 – Les transformations du plan**

**A. Introduction**

**Les actions qui transforment**

|  |
| --- |
| http://www.pepit.be/cabri/acti2/math2A/chapit02/images/theoriea.jpg |
| Une **isométrie** est une transformation du plan qui conserve les mesures.

|  |  |
| --- | --- |
| Le mot "isométrie" vient du grec : | **Iso** signifie **même** ; |
|  | **metros** signifie **mesure**. |

Les isométries que tu connais sont :

|  |  |
| --- | --- |
|   | la **symétrie orthogonale** qui **retourne** les figures ; |
|   | la **translation** qui fait **glisser** les figures ; |
|   | la **rotation** qui fait **tourner** les figures ; |
|   | la **symétrie centrale** qui fait **tourner** les figures de **180°**. |

Remarque

|  |  |
| --- | --- |
|   | La branche "agrandir/réduire" fera l'objet d'une étude ultérieure. |

  |

**B. Symétrie orthogonale**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **1)** | **Image d'un point** |   |
|   | A' est l'image de A par la symétrie orthogonale d'axe x si x est la médiatrice de [AA']. | http://www.pepit.be/cabri/acti2/math2A/chapit02/images/theorieb.jpg |
| **2)** | **Ecriture et lecture** |   |
|   | Sx (A) = A' signifie que :par la symétrie orthogonale d'axe x, l'image du point A est le point A'oule point A' est l'image du point A par la symétrie orthogonale d'axe x. |
| **3)** | **Point fixe** |   |
|   | Tout point de l'axe est sa propre image.Une symétrie orthogonale admet donc une infinité de points fixes : les points de l'axe. |

**C. Symétrie centrale**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **1)** | **Image d'un point** |   |
|   | A' est l'image de A par la symétrie centrale de centre O si O est le milieu de [AA']. | http://www.pepit.be/cabri/acti2/math2A/chapit02/images/theoriec.jpg |
| **2)** | **Ecriture et lecture** |   |
|   | SO (A) = A' signifie que :par la symétrie centrale de centre O, l'image du point A est le point A'oule point A' est l'image du point A par la symétrie centrale de centre O. |
| **3)** | **Point fixe** |   |
|   | Une symétrie centrale n'admet qu'un seul point fixe : son centre. |

**D. Translation**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **1)** | **Image d'un point** |   |
|   | A' est l'image de A par la translation qui applique X sur Y si [XY] et [AA'] ont la même longueur, même direction et même sens de parcours. | http://www.pepit.be/cabri/acti2/math2A/chapit02/images/theoried.jpg |
| **2)** | **Ecriture et lecture** |   |
|   | par la translation qui applique X sur Y, l'image du point A est le point A'oule point A' est l'image du point A par la translation qui applique X sur Y. |
| **3)** | **Point fixe** |   |
|   | Une translation non nulle n'admet pas de point fixe. |

**E. Rotation**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **1)** | **Technique de construction** |   |
|   | Pour une rotation, tout point tourne

|  |  |
| --- | --- |
| - | **autour** du centre, en restant à une **même** **distance** du **centre** (arc de cercle). |
| - | d'une **même amplitude**, |
| - | dans le **même sens**. |

Sens d'une rotationhttp://www.pepit.be/cabri/acti2/math2A/chapit02/images/theorie2.jpg  | http://www.pepit.be/cabri/acti2/math2A/chapit02/images/theoriee.jpg |
| **2)** | **Image d'un point** |   |
|   |  |
| **3)** | **Ecriture et lecture** |   |
|   | ou |
| **4)** | **Point fixe** |
|   | Une rotation d'amplitude non nulle n'admet qu'un seul point fixe : son centre. |

**F. Invariants**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **1)** | **Invariants communs aux isométries** |   |
|   |

|  |  |
| --- | --- |
| Les isométries conservent | l'alignement des points, |
|  | l'amplitudes des angles, |
|  | la longueur des segments, |
|  | le parallélisme des droites, |
|  | la perpendicularité des droites, |
|  | le milieu d'un segment, |
|  | le périmètre et l'aire des figures. |
| Les isométries conservent | donc la forme et la grandeur des figures. |

 |
| **2)** | **Propriétés propres à certaines isométries** |
|  | Par une translation, l'image d'une droite est une droite parallèle. | Par une symétrie centrale, l'image d'une droite est une droite parallèle. |
|   | http://www.pepit.be/cabri/acti2/math2A/chapit02/images/theorif1e.jpg | http://www.pepit.be/cabri/acti2/math2A/chapit02/images/theorif2.jpg |
|   | Par une translation, l'image d'une demi-droite est une demi-droite parallèle et de même sens. | Par une symétrie centrale, l'image d'une demi-droite est une demi-droite parallèle et de sens contraire. |
|   | http://www.pepit.be/cabri/acti2/math2A/chapit02/images/theorif3.jpg | http://www.pepit.be/cabri/acti2/math2A/chapit02/images/theorif4.jpg |

**G. Effet de certaines transformations sur les coordonnées**

|  |
| --- |
| Les transformations du plan ci-dessous s'effectuent dans un repère cartésien d'axes x et y perpendiculaires en O. |
| **1)** | **Effet d'une symétrie orthogonale sur les coordonnées d'un point** |
|   |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| - | Par la symétrie orthogonale d'**axe x**, un point et son image ont la même abscisse et des ordonnées opposées.Règle de transformation de la symétrie orthogonale d'**axe x** :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (x ; y) | http://www.pepit.be/cabri/acti2/Images/neutre/fleched1.gif | ( x ; **– y**) |

 |
| - | Par la symétrie orthogonale d'**axe y**, un point et son image ont la même abscisse et des ordonnées opposées.Règle de transformation de la symétrie orthogonale d'**axe y**:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (x ; y) | http://www.pepit.be/cabri/acti2/Images/neutre/fleched1.gif | (**– x** ; y) |

 |

 |
| **2)** | **Effet d'une symétrie centrale sur les coordonnées d'un point** |
|   |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| - | Par la symétrie centrale de **centre O**, un point et son image ont des abscisses et des ordonnées opposées.Règle de transformation de la symétrie centrale de **centre O** :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (x ; y) | http://www.pepit.be/cabri/acti2/Images/neutre/fleched1.gif | (**– x** ; **– y**) |

 |

 |
| **3)** | **Effet d'une translation sur les coordonnées d'un point** |
|   |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| - | Pour trouver les coordonnées de l'image d'un point par une translation qui applique O (0;0) sur P (a;b), il suffit d'ajouter **a** à l'abscisse du point initial et **b** à son ordonnée.Règle de transformation de la translation qui applique O (0;0) sur P (a;b) :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (x ; y) | http://www.pepit.be/cabri/acti2/Images/neutre/fleched1.gif | (x**+ a** ; y**+ b**) |

 |

 |
| **4)** | **Effet d'une rotation de centre O et d'amplitude +/– 90° sur les coordonnées d'un point** |
|   |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| - | Par la rotation de **centre O** et d'**amplitude 90°**, l'image d'un point a pour abscisse l'opposé de l'ordonnée de ce point et pour ordonnée son abscisse.Règle de transformation de la rotation de **centre O** et d'**amplitude 90° :**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (x ; y) | http://www.pepit.be/cabri/acti2/Images/neutre/fleched1.gif | ( **– y** ;**x** ) |

 |
| - | Par la rotation de **centre O** et d'**amplitude – 90°**, l'image d'un point a pour abscisse l'ordonnée de ce point et pour ordonnée l'opposé de son abscisse.Règle de transformation de la rotation de **centre O** et d'**amplitude – 90° :**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (x ; y) | http://www.pepit.be/cabri/acti2/Images/neutre/fleched1.gif | ( **y** ;**– x** ) |

 |

 |