|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| http://www.pepit.be/cabri/acti2/Images/neutre/theorie2.gif | ***Partie théorique*** | http://www.pepit.be/cabri/acti2/Images/neutre/theorie1.gif |

**Chapitre 2 – Les transformations du plan**

**A. Introduction**

**Les actions qui transforment**

|  |
| --- |
| http://www.pepit.be/cabri/acti2/math2A/chapit02/images/theoriea.jpg |
| Une **isométrie** est une transformation du plan qui conserve les mesures.   |  |  | | --- | --- | | Le mot "isométrie" vient du grec : | **Iso** signifie **même** ; | |  | **metros** signifie **mesure**. |   Les isométries que tu connais sont :   |  |  | | --- | --- | |  | la **symétrie orthogonale** qui **retourne** les figures ; | |  | la **translation** qui fait **glisser** les figures ; | |  | la **rotation** qui fait **tourner** les figures ; | |  | la **symétrie centrale** qui fait **tourner** les figures de **180°**. |   Remarque   |  |  | | --- | --- | |  | La branche "agrandir/réduire" fera l'objet d'une étude ultérieure. | |

**B. Symétrie orthogonale**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **1)** | **Image d'un point** |  |
|  | A' est l'image de A par la symétrie orthogonale d'axe x si x est la médiatrice de [AA']. | http://www.pepit.be/cabri/acti2/math2A/chapit02/images/theorieb.jpg |
| **2)** | **Ecriture et lecture** |  |
|  | Sx (A) = A' signifie que :  par la symétrie orthogonale d'axe x, l'image du point A est le point A'  ou  le point A' est l'image du point A par la symétrie orthogonale d'axe x. | |
| **3)** | **Point fixe** |  |
|  | Tout point de l'axe est sa propre image.  Une symétrie orthogonale admet donc une infinité de points fixes : les points de l'axe. | |

**C. Symétrie centrale**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **1)** | **Image d'un point** |  |
|  | A' est l'image de A par la symétrie centrale de centre O si O est le milieu de [AA']. | http://www.pepit.be/cabri/acti2/math2A/chapit02/images/theoriec.jpg |
| **2)** | **Ecriture et lecture** |  |
|  | SO (A) = A' signifie que :  par la symétrie centrale de centre O, l'image du point A est le point A'  ou  le point A' est l'image du point A par la symétrie centrale de centre O. | |
| **3)** | **Point fixe** |  |
|  | Une symétrie centrale n'admet qu'un seul point fixe : son centre. | |

**D. Translation**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **1)** | **Image d'un point** |  |
|  | A' est l'image de A par la translation qui applique X sur Y si [XY] et [AA'] ont la même longueur, même direction et même sens de parcours. | http://www.pepit.be/cabri/acti2/math2A/chapit02/images/theoried.jpg |
| **2)** | **Ecriture et lecture** |  |
|  | par la translation qui applique X sur Y, l'image du point A est le point A'  ou  le point A' est l'image du point A par la translation qui applique X sur Y. | |
| **3)** | **Point fixe** |  |
|  | Une translation non nulle n'admet pas de point fixe. | |

**E. Rotation**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **1)** | **Technique de construction** |  |
|  | Pour une rotation, tout point tourne   |  |  | | --- | --- | | - | **autour** du centre, en restant à une **même** **distance** du **centre** (arc de cercle). | | - | d'une **même amplitude**, | | - | dans le **même sens**. |   Sens d'une rotation  http://www.pepit.be/cabri/acti2/math2A/chapit02/images/theorie2.jpg | http://www.pepit.be/cabri/acti2/math2A/chapit02/images/theoriee.jpg |
| **2)** | **Image d'un point** |  |
|  |  | |
| **3)** | **Ecriture et lecture** |  |
|  | ou | |
| **4)** | **Point fixe** | |
|  | Une rotation d'amplitude non nulle n'admet qu'un seul point fixe : son centre. | |

**F. Invariants**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **1)** | **Invariants communs aux isométries** |  |
|  | |  |  | | --- | --- | | Les isométries conservent | l'alignement des points, | |  | l'amplitudes des angles, | |  | la longueur des segments, | |  | le parallélisme des droites, | |  | la perpendicularité des droites, | |  | le milieu d'un segment, | |  | le périmètre et l'aire des figures. | | Les isométries conservent | donc la forme et la grandeur des figures. | | |
| **2)** | **Propriétés propres à certaines isométries** | |
|  | Par une translation, l'image d'une droite est une droite parallèle. | Par une symétrie centrale, l'image d'une droite est une droite parallèle. |
|  | http://www.pepit.be/cabri/acti2/math2A/chapit02/images/theorif1e.jpg | http://www.pepit.be/cabri/acti2/math2A/chapit02/images/theorif2.jpg |
|  | Par une translation, l'image d'une demi-droite est une demi-droite parallèle et de même sens. | Par une symétrie centrale, l'image d'une demi-droite est une demi-droite parallèle et de sens contraire. |
|  | http://www.pepit.be/cabri/acti2/math2A/chapit02/images/theorif3.jpg | http://www.pepit.be/cabri/acti2/math2A/chapit02/images/theorif4.jpg |

**G. Effet de certaines transformations sur les coordonnées**

|  |  |
| --- | --- |
| Les transformations du plan ci-dessous s'effectuent dans un repère cartésien d'axes x et y perpendiculaires en O. | |
| **1)** | **Effet d'une symétrie orthogonale sur les coordonnées d'un point** |
|  | |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | - | Par la symétrie orthogonale d'**axe x**, un point et son image ont la même abscisse et des ordonnées opposées.  Règle de transformation de la symétrie orthogonale d'**axe x** :   |  |  |  | | --- | --- | --- | | (x ; y) | http://www.pepit.be/cabri/acti2/Images/neutre/fleched1.gif | ( x ; **– y**) | | | - | Par la symétrie orthogonale d'**axe y**, un point et son image ont la même abscisse et des ordonnées opposées.  Règle de transformation de la symétrie orthogonale d'**axe y**:   |  |  |  | | --- | --- | --- | | (x ; y) | http://www.pepit.be/cabri/acti2/Images/neutre/fleched1.gif | (**– x** ; y) | | |
| **2)** | **Effet d'une symétrie centrale sur les coordonnées d'un point** |
|  | |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | - | Par la symétrie centrale de **centre O**, un point et son image ont des abscisses et des ordonnées opposées.  Règle de transformation de la symétrie centrale de **centre O** :   |  |  |  | | --- | --- | --- | | (x ; y) | http://www.pepit.be/cabri/acti2/Images/neutre/fleched1.gif | (**– x** ; **– y**) | | |
| **3)** | **Effet d'une translation sur les coordonnées d'un point** |
|  | |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | - | Pour trouver les coordonnées de l'image d'un point par une translation qui applique O (0;0) sur P (a;b), il suffit d'ajouter **a** à l'abscisse du point initial et **b** à son ordonnée.  Règle de transformation de la translation qui applique O (0;0) sur P (a;b) :   |  |  |  | | --- | --- | --- | | (x ; y) | http://www.pepit.be/cabri/acti2/Images/neutre/fleched1.gif | (x**+ a** ; y**+ b**) | | |
| **4)** | **Effet d'une rotation de centre O et d'amplitude +/– 90° sur les coordonnées d'un point** |
|  | |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | - | Par la rotation de **centre O** et d'**amplitude 90°**, l'image d'un point a pour abscisse l'opposé de l'ordonnée de ce point et pour ordonnée son abscisse.  Règle de transformation de la rotation de **centre O** et d'**amplitude 90° :**   |  |  |  | | --- | --- | --- | | (x ; y) | http://www.pepit.be/cabri/acti2/Images/neutre/fleched1.gif | ( **– y** ;**x** ) | | | - | Par la rotation de **centre O** et d'**amplitude – 90°**, l'image d'un point a pour abscisse l'ordonnée de ce point et pour ordonnée l'opposé de son abscisse.  Règle de transformation de la rotation de **centre O** et d'**amplitude – 90° :**   |  |  |  | | --- | --- | --- | | (x ; y) | http://www.pepit.be/cabri/acti2/Images/neutre/fleched1.gif | ( **y** ;**– x** ) | | |