# Chapitre 5 : Diviseurs et multiples (exercices corrigés)

1. Je suis multiple de tous les nombres. Qui suis-je ? 0
2. Je suis diviseur de tous les nombres. Qui suis-je ? 1
3. Complète par « Diviseur » ou « Multiple ».

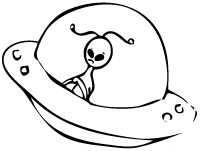
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| * 1. 7 est D de 21   2. 7 est M de 1   3. 8 est D de 24   4. 0 est M de 112   5. 5 est / de 123   6. 4 est M de 2 | * 1. 1 est D de 89   2. 45 est M de 15   3. 15 est D de 45   4. 51 est M de 17   5. 1 est D de 0   6. 0 est M de 1 | * 1. 106 est M de 10   2. a.b est M de a   3. n est D de n.p   4. 2.n est M de n   5. b est D de b.h   6. a est D de a² |

1. Détermine l’ensemble demandé.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| * 1. div. 1   2. div. 3   3. div. 8      * 1. div. 13      * 1. div. 20   2. div. 24 | * 1. div. 36      * 1. div. 42      * 1. div. 84   2. div. 24 ∩ div. 42   3. div. 24 ∩ div. 25      * 1. 1m | * 1. 4m   2. 7m   3. 11m   4. 25m      * 1. 3m ∩ 5m   2. 15m ∩ 10m |

1. Indique si la propriété est vraie ou fausse ; Si elle est vraie, justifie en énonçant une propriété, si elle est fausse, justifie en donnant un contre-exemple.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | V ou F | Justification |
| 7 divise 49 et 7 divise 700 donc 7 divise 749. | Vrai | Si un nombre en divise deux autres, alors il divise aussi leur somme et leur différence. |
| Tous les multiples de 3 sont divisibles par 9. | Faux | 6 est un multiple de 3 mais il n’est pas divisible par 9. |

1. Vrai/Faux.
2. Tous les multiples de 8 sont des multiples de 4. Vrai
3. Tous les multiples de 4 sont des multiples de 8. Faux
4. Tous les diviseurs de 15 sont des diviseurs de 5. Faux
5. Tous les diviseurs de 5 sont des diviseurs de 15. Vrai
6. Tous les diviseurs de 55 sont des multiples de 5. Faux
7. Réponds aux questions suivantes.
8. Quels sont les diviseurs de 84 strictement inférieurs à 21 ?
9. Quels sont les multiples de 3 inférieurs à 20 ?
10. Quels sont les multiples de 7 compris entre 40 et 80 ?
11. Quels sont les multiples de 6 inférieurs ou égaux à 42 ?
12. Quels sont les diviseurs de 45 compris entre 10 et 20 ?
13. Quels sont les multiples de 7 qui divisent 98 ?
14. Quels multiples de 7 sont compris entre 100 et 150 ?
15. Quels diviseurs de 50 sont des multiples de 10 ?
16. Quels diviseurs de 70 sont des multiples de 25 ?
17. Quels diviseurs de 168 sont compris entre 10 et 40 ?
18. Quels multiples de 456 sont compris entre 500 et 2 500 ?
19. Quels sont les nombres naturels qui sont à la fois multiples de 4, divisibles par 25 et strictement inférieurs à 500 ?
20. Quels diviseurs de 120 sont à la fois strictement supérieur à 12 et multiples de 3 ?
21. Quels sont les nombres multiples de 5 et de 8 et compris entre 50 et 150 ?
22. Complète le tableau suivant par « Oui » ou « Non ».

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Divisible par : | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 | 9 | 11 | 12 | 15 | 18 |
| 549 | O | N | N | N | N | O | N | N | N | N |
| 308 | N | O | N | O | N | N | O | N | N | N |
| 23064 | O | O | N | N | N | N | N | O | N | N |
| 2025 | O | N | O | N | N | O | N | N | O | N |
| 135 | O | N | O | N | N | O | N | N | O | N |
| 9993 | O | N | N | N | N | N | N | N | N | N |
| 4005 | O | N | O | N | N | O | N | N | O | N |
| 616 | N | O | N | O | O | N | O | N | N | N |
| 1547 | N | N | N | O | N | N | N | N | N | N |
| 673 | N | N | N | N | N | N | N | N | N | N |

1. Dans la série qui suit, quels sont les nombres qui sont à la fois divisible par 9 et par 4 ?

9612 – 9028 – 9240 – 9423 – 9114 – 9504

9612 – 9504

1. Lequel des nombres suivants n’est pas divisible par 15 ?

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| * + 1. 50 505 | * + 1. 305 305 | * + 1. 333 555 | * + 1. 353 535 | * + 1. 555 555 |

1. Remplace chaque lettre par un chiffre pour que les nombres obtenus vérifient la condition donnée. Propose toutes les solutions possibles.

|  |  |
| --- | --- |
| 1. est multiple de 5.   4520 et 4525   1. est multiple de 3.   4521, 4524 et 4527   1. est multiple de 2.   4520 | 1. est multiple de 9.   4725   1. est multiple de 10.   4020, 4120, 4220, 4320, 4420, 4520, 4620, 4720, 4820 et 4920   1. est multiple de 6.   4020, 4026, 4122, 4128, 4224, 4320, 4326, 4422, 4428, 4524, 4620, 4626, 4722, 4728, 4824, 4920 et 4926 |

1. Montre que tout nombre de la forme est un multiple de 7, 11 et 13.

Tout nombre de la forme est bien un multiple de 7, 11 et 13.

1. Toutes mes billes sont dans un gros sac ; il y en a entre 100 et 200. Le nombre de billes que je possède n’est divisible ni par 2, ni par 3, ni par 11 mais il est divisible par 17. Combien ai-je de billes ?

Diviseurs de 17 compris entre 100 et 200 :

On peut éliminer 102, 136 et 170 qui sont divisibles par 2.

On peut éliminer 153 qui est divisible par 3.

On peut éliminer 187 qui est divisible par 11. Il reste 119.

J’ai 119 billes dans mon gros sac.

1. Quels sont les nombres compris entre 20 et 30 qui possèdent une paire de diviseurs ?

Rép. : 23, 27 et 29

1. Cite.
2. Trois nombres rectangles.

12, 21 et 98

1. Trois nombres carrés.

25, 36 et 64

1. Cinq nombres qui possèdent exactement trois diviseurs.

9, 25, 49, 121 et 169 (ce sont les carrés de nombres premiers)

1. Trois nombres qui possèdent exactement cinq diviseurs.

81, 625 et 2409 (ce sont les carrés des carrés de nombres premiers)

1. Lequel de ces nombres admet un nombre impair de diviseur ?

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| * + 1. 45 | * + 1. 46 | * + 1. 47 | * + 1. 48 | * + 1. 49 |

1. On appelle carré parfait un entier qui est le carré d'un autre entier. Ecris tous les entiers de 1 à 15 côte à côte, de façon à ce que la somme de deux nombres voisins soit un carré parfait.

9 ; 7 ; 2 ; 14 ; 11 ; 5 ; 4 ; 12 ; 13 ; 3 ; 6 ; 10 ; 15 ; 1 ; 8

1. Lequel des nombres suivants n’est pas premier ?

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| * + 1. 23 | * + 1. 37 | * + 1. 91 | * + 1. 97 | * + 1. 101 |

1. De l'ensemble des neuf premiers nombres premiers, on enlève successivement deux nombres dont le produit est 34, deux nombres dont le produit est 69, deux nombres dont le produit est 95 et deux nombres dont le produit est 143. Que vaut le produit du nombre restant par le dixième nombre premier ?
2. Parmi les évènements historiques suivants, quels sont ceux dont le millésime correspond à un nombre premier ?
3. L’indépendance de la Belgique.

1830 n’est pas un nombre premier.

1. Le couronnement de Charlemagne.

800 n’est pas un nombre premier.

1. Début du règne d'Hormizd III, roi de Perse.

457 est un nombre premier.

1. Décès de Grimoald Ier de Bénévent.

657 n’est pas un nombre premier.

1. Naissance d’Élisabeth Amélie Eugénie de Wittelsbach, surnommée Sissi (représentée ci-contre)*.*

1837 n’est pas un nombre premier.

1. Fin du règne d’Hormizd III, roi de Perse.

659 est un nombre premier.

1. Ta naissance.

1974 n’est pas un nombre premier.

1. Jacques-Louis range les nombres entiers à partir de 6 dans six colonnes :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
| … |  |  |  |  |  |

Il affirme alors, impatient, que tous les nombres premiers se situent soit dans la 2ème colonne soit dans la 6ème. Qu’en est-il réellement ? Justifie.

Jacques-Louis a raison.

Dans la 1ère colonne, la 3ème et la 5ème, on ne retrouve que des multiples de 2.

Dans la 4ème colonne, on ne retrouve que des multiples de 3.

Les nombres premiers ne peuvent donc se retrouver que dans la 2ème ou 6ème colonne.

N.B. : cela ne veut pas dire que l’on ne retrouve que des nombres premiers dans les 2ème et 6ème colonne.

1. Décompose en facteurs premiers les nombres suivants (si possible mentalement).

1  ; 2  ; 3  ; ;  ; 6 =  ; 7  ; 8  ; 9  ; 10  ; 11  ;

12  ; 13  ; 14  ; 15  ; 16  ; 17  ; 18  ; 19  ;

20  ; 24  ; 30  ; 32  ; 36  ; 40  ; 42  ;

45  ; 48  ; 49  ; 50  ; 51  ; 64  ; 73  ; 75  ;

84  ; 88  ; 90  ; 96  ; 99 ; 128  ;

210  ; 256  ; 400  ; 512  ; 540  ; 616  ;

673  ; 1 000  ; 1 024  ; 2 520  ; 7 000  ;

8 000  ; 25 000  ; 38 000  ; 44 100  ;

100 000  ; 1 000 000  ; 11 000 000  ; 13 000 000

1. Confectionne 99 petits rectangles. Ecris sur chacun, d’un côté l’un des nombres de 2 à 100, de l’autre côté la décomposition de ce nombre en facteurs premiers.

Ex. : recto « 24 », verso «  ».

Prends au hasard un de ces cartons et regarde-le d’un côté, déduis-en mentalement ce qui se trouve de l’autre côté.

A réaliser.

1. Ecris tous les produits d'au moins deux des nombres suivants :  
   « 1, 2, 3, 5, et 7 ».

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Explique la méthode utilisée pour ne pas oublier de produits.

On commence par lister les produits de deux valeurs dans l’ordre croissant. On fait de même avec les produits de trois valeurs sans tenir compte du facteur « 1 » car on obtient les mêmes résultats qu’avec les produits de deux valeurs. Il reste alors un unique produit de quatre valeurs, « 1 » exclut de nouveau.

Est-il vrai qu’en ajoutant un nombre à cette liste on obtient l'ensemble des diviseurs d’un nombre ? Si oui, lequel ?

C’est vrai, en ajoutant 1, on obtient la liste des diviseurs de 210.

1. Une boîte de jeux a la forme d’un pavé droit. Ses faces ont pour aire 96 cm², 160 cm² et 240 cm². Quel est le volume de la boîte ?

Pour déterminer le volume de cette boite, il faut connaitre les longueurs des arêtes (Longueur – Hauteur – Profondeur)

Les arêtes de ce parallélépipède rectangle sont multipliées deux à deux pour obtenir l’aire de chaque face, les aires des faces sont donc des multiples des longueurs des arêtes (les longueurs des arêtes sont des diviseurs des aires des faces).

On procède par élimination à partir des diviseurs de 96.

On élimine 1 et 96 car 96 ne fait pas partie des diviseurs de 160 ou 240.

On élimine 2 et 48 car 48 va avec 5 pour faire 240 mais 2 ne va pas avec 5 pour faire 160.

On élimine 3 et 32 car 32 va avec 5 pour faire 160 mais 3 ne va pas avec 5 pour faire 240.

On élimine 4 et 24 car 24 va avec 10 pour faire 240 mais 4 ne va pas avec 10 pour faire 160.

On élimine 6 et 16 car 16 va avec 10 pour faire 160 mais 6 ne va pas avec 10 pour faire 240.

Il reste 8 et 12 car 12 va avec 20 pour faire 240 et 8 va avec 20 pour faire 160.

Les longueurs des arêtes sont 8cm, 12cm et 20cm.

Le volume de la boite est de .

1. Ecris tous les diviseurs de 24 puis ceux de 36. Recherche ensuite les diviseurs communs puis le PGCD des deux nombres.

Div. 24 :

Div. 36 :

PGCD (24 ;36) = 12

1. Idem avec 80 et 100.

Div. 80 :

Div. 100 :

PGCD (80 ;100) = 20

1. Idem avec 27 et 28.

Div. 27 :

Div. 28 :

PGCD (27 ;28) = 1

1. Complète le tableau suivant.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| PGCD | 6 | 12 | 15 |
| 4 | 2 | 4 | 1 |
| 12 | 6 | 12 | 3 |
| 20 | 2 | 4 | 5 |

1. Ecris quelques multiples de 5 puis quelques multiples de 7. Recherche 4 multiples communs puis le PPCM de ces deux nombres.

5m :

7m :

PPCM (5 ;7) = 35

1. Idem avec 5 et 6.

5m :

6m :

PPCM (5 ;6) = 30

1. Idem avec 16 et 20.

16m :

20m :

PPCM (16 ;20) = 80

1. Complète le tableau suivant

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| PPCM | 6 | 12 | 15 |
| 4 | 12 | 12 | 60 |
| 12 | 12 | 12 | 60 |
| 20 | 60 | 60 | 60 |

1. Détermine mentalement le PGCD et le PPCM des nombres suivants.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1. 10 et 20   PGCD (10 ; 20) = 10  PPCM (10 ; 20) = 20   1. 7 et 49   PGCD (7 ; 49) = 7  PPCM (7 ; 49) = 49   1. 24 et 36   PGCD (24 ; 36) = 12  PPCM (24 ; 36) = 72 | 1. 12 et 13   PGCD (12 ; 13) = 1  PPCM (12 ; 13) = 156   1. 75 et 125   PGCD (75 ; 125) = 25  PPCM (75 ; 125) = 525   1. 36, 24 et 60   PGCD (24 ; 36 ; 60) = 12  PPCM (24 ; 36 ;60) = 720 | 1. 33, 55 et 77   PGCD (33 ; 55 ; 77) = 11  PPCM (33 ; 55 ; 77) = 1155   1. 102 et 104   PGCD (10² ; 104) = 100  PPCM (10² ; 104) = 10000 |

1. Détermine le PGCD et le PPCM des nombres suivants en passant par la décomposition en facteurs premiers.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1. 120 et 144   PGCD (120 ;144)  PPCM (120 ;144)   1. 540 et 168   PGCD (540 ;168)  PPCM (540 ;168)   1. 225, 75 et 525   PGCD (225 ;75 ;525)  PPCM (225 ;75 ;525)   1. 160 et 96   PGCD (160 ;96)  PPCM (160 ;96) | 1. 96 et 72   PGCD (96 ;72)  PPCM (96 ;72)   1. 165 et 550   PGCD (165 ;550)  PPCM (165 ;550)   1. 108 et 180   PGCD (108 ;180)  PPCM (108 ;180)   1. 1098 et 305   PGCD (1098 ;305)  PPCM (1098 ;305) | 1. 297 et 216   PGCD (297 ;216)  PPCM (297 ;216)   1. 126, 132 et 270   PGCD (126 ;132 ;270)  PPCM (126 ;132 ;270)   1. 12, 45 et 54   PGCD (12 ;45 ;54)  PPCM (12 ;45 ;54)   1. 51, 52 et 53   PGCD (51 ;52 ;53)  PPCM (51 ;52 ;53) |

1. Voici deux nombres m et n écrits sous forme de produits de nombres premiers :

Réponds aux questions suivantes sans calculer m et n et en justifiant ta méthode.

1. 2 est-il un diviseur de n ? Oui car le facteur 2 intervient dans la décomposition en facteurs premiers.
2. 6 est-il diviseur de m ? Oui car les facteurs 2 et 3 interviennent dans la décomposition en facteurs premiers. ()
3. 7 est-il un diviseur de m ? Non, il n’apparaît pas dans la décomposition en facteurs premiers.
4. Quels sont les PGCD et PPCM de m et n ?
5. Utilise la technique des soustractions successives (cf. algorithme d’Euclide) pour déterminer le PGCD des nombres suivants.

|  |  |
| --- | --- |
| 1. 248 et 840   Le PGCD de 248 et 840 est 8. | 1. 630 et 882   Le PGCD de 630 et 882 est 126. |
| 1. 840 et 1248   …  Le PGCD 840 et 1248 est 24. | 1. 1020 et 3468   Le PGCD de 1020 et 3468 est 204. |

1. Utilise la technique des divisions successives (cf. algorithme d’Euclide) pour déterminer les PGCD de l’exercice précédent.

|  |  |
| --- | --- |
| 1. 248 et 840   Le PGCD de 248 et 840 est 8. | 1. 630 et 882   Le PGCD de 630 et 882 est 126. |
| 1. 840 et 1248   Le PGCD 840 et 1248 est 24. | 1. 1020 et 3468   Le PGCD de 1020 et 3468 est 204. |

1. Utilise les propriétés du PGCD et du PPCM pour déterminer les PPCM de l’exercice précédent.

|  |  |
| --- | --- |
| 1. 248 et 840 | 1. 630 et 882 |
| 1. 840 et 1248 | 1. 1020 et 3468 |

1. Quel est le plus petit nombre à être divisible par 1, 2 et 3 en même temps ? 6
2. Quel est le plus petit nombre à être divisible par 1, 2, 3 et 4 en même temps ? 12
3. Quel est le plus petit nombre à être divisible par 1, 2, 3, 4, 5 et 6 en même temps ? 60
4. Quel est le plus petit nombre à être divisible par 1, 2, 3, …,9 et 10 en même temps ? 2520
5. Vrai/Faux

|  |  |
| --- | --- |
| 1. Zéro est un nombre pair.   Vrai   1. 4n est un nombre pair.   Vrai   1. Le prédécesseur d’un impair est pair.   Vrai   1. 2n+3 est un nombre impair.   Vrai | 1. n+5 se termine par 5.   Faux   1. 5n+15 est un multiple de 5.   Vrai   1. Le prédécesseur de n+1 est n-1.   Faux   1. 1000n+56 est un multiple de 8.   Vrai |

1. Exprime en langage mathématique :

|  |  |
| --- | --- |
| 1. Un multiple de trois.   3n   1. Un multiple de sept.   7n   1. Un naturel pair.   2n   1. Un naturel impair.   2n–1 ou 2n+1   1. Deux naturels consécutifs.   n et n+1 ou n–1 et n ou n+7 et n+8 | 1. Trois naturels consécutifs.   n, n+1 et n+2   1. Deux naturels pairs consécutifs.   2n et 2n+2   1. Deux naturels impairs consécutifs.   2n+1 et 2n+3 ou 2n–1 et 2n+1   1. Trois multiples de 17 consécutifs.   17n, 17n+17, 17n+34   1. Un nombre carré.   n² |

1. Exprime ce que l’on obtient grâce aux formules suivantes (n désigne un nombre naturel).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 2n  Multiples de 2 ou nombres pairs  2n-1  Nombre impair  3n  Multiples de 3 | n-1, n, n+1  3 nombres consécutifs  2n, 2n+2, 2n+4  3 nombres pairs consécutifs  n³  Le cube d’un nombre | 7n-9  Multiples de 7 diminué de 9  n²-4  Le carré d’un nombre diminué de 4.  n+n+1+n+2  La somme de 3 nombres consécutifs |

1. Vos formules M. Potter !!!
2. Quelle formule permet d’engendrer les multiples de 7 ?

7n

1. Quelle formule permet d’engendrer les multiples de 5 auxquels on ajoute 3 ?

5n + 3

1. Quelle formule permet d’engendrer des multiples de 4 auxquels on retire 2 ?

4n – 2

1. Quelle formule permet d’engendrer des triples de carrés ?
2. Quelle formule permet d’engendrer des opposés de cubes augmentés de 1 ?
3. Si n représente un nombre naturel,

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | V ou F | Justifie |
| a. est un nombre pair. | Faux | Quand c’est faux, un contre exemple suffit.  On remplace n par une valeur.  Si n = 3  Alors  Et 11 n’est pas un nombre pair. |
| b. est un multiple de 8. | Vrai | Si un nombre en divise deux autres, alors il divise leur somme et leur différence.  Ou  8 fois n’importe quel nombre donne un multiple de 8 (table de 8). |

1. Donne des exemples puis montre que :
2. La somme de deux nombres pairs consécutifs est paire.

qui est bien un nombre pair.

qui est bien un nombre pair.

qui est bien un nombre pair.

2n et 2n+2 sont deux nombres consécutifs.

représente la somme de ces deux nombres pairs.

Nous avons bien affaire à un nombre constitué du facteur 2, donc un nombre pair (multiple de deux).

1. La somme de deux nombres impairs consécutifs est paire.

qui est bien un nombre pair.

qui est bien un nombre pair.

qui est bien un nombre pair.

sont deux nombres consécutifs impairs.

représente la somme de ces deux nombres impairs.

Nous avons bien affaire à un nombre constitué du facteur 2, donc un nombre pair (multiple de deux).

1. La somme de deux nombres consécutifs est impaire.

qui est bien un nombre impair.

qui est bien un nombre impair.

qui est bien un nombre impair.

sont deux nombres consécutifs.

représente la somme de ces deux nombres.

représente un nombre impair.

1. Le somme de deux multiples de cinq est un multiple de cinq.

qui est bien un multiple de 5.

qui est bien un multiple de 5.

qui est bien un multiple de 5.

…

sont deux multiples de 5.

représente la somme de ces multiples de 5.

Nous avons bien affaire à un nombre constitué du facteur 5, donc à un multiple de 5.

1. La somme de trois nombres naturels consécutifs est un multiple de trois.

qui est bien un multiple de 3.

qui est bien un multiple de 3.

qui est bien un multiple de 3.

…

sont trois nombres consécutifs.

représente la somme de ces trois nombres.

Nous avons bien affaire à un nombre constitué du facteur 3, donc à un multiple de 3.

1. La somme de cinq nombres naturels consécutifs est un multiple de cinq.

qui est bien un multiple de 5.

qui est bien un multiple de 5.

qui est bien un multiple de 5.

…

sont cinq nombres consécutifs.

représente la somme de ces cinq nombres.

Nous avons bien affaire à un nombre constitué du facteur 5, donc à un multiple de 5.

1. Le produit d’un multiple de trois par un multiple de 4 est un multiple de 12.

qui est bien un multiple de 12.

qui est bien un multiple de 12.

qui est bien un multiple de 12.

…

sont deux multiples, l’un de 3 et l’autre de 4.

représente le produit de ces deux nombres.

Nous avons bien affaire à un nombre constitué du facteur 12, donc à un multiple de 12.

1. Trouve :
2. Deux nombres consécutifs dont la somme est 131.

Soit n le premier nombre et n + 1 le deuxième.

Les deux nombres sont 65 et 66.

1. Deux nombres consécutifs dont la somme est 1473.

Soit n le premier nombre et n + 1 le deuxième.

Les deux nombres sont 736 et 737.

1. Trois nombres naturels consécutifs dont la somme est 312.

Soit n le premier nombre, n + 1 le deuxième et n + 2 le troisième

Les trois nombres sont 103, 104 et 105.

1. Cinq nombres naturels consécutifs dont la somme est 130.

Soit n le premier nombre, n + 1 le deuxième, n + 2 le troisième, n + 3 le quatrième et

le cinquième.

Les cinq nombres sont 24, 25, 26, 27 et 28.

1. Trois nombres pairs consécutifs dont la somme est 114.

Soit 2n, 2n + 2 et 2n + 4 les trois nombres pairs consécutifs.

Les trois nombres sont 36, 38 et 40.

1. Trois nombres impairs consécutifs dont la somme est 123.

Soit 2n+1, 2n + 3 et 2n + 5 les trois nombres impairs consécutifs.

Les trois nombres sont 39, 41 et 43.

1. Complète le tableau suivant.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Dividende | diviseur | quotient | reste | Relation euclidienne | r < d |
| 153 | 15 | 10 | 3 |  |  |
| 48 | 3 | 16 | 0 |  |  |
| 52 | 9 | 5 | 7 |  |  |
| 51 | 3 | 17 | 0 |  |  |
| 24 | 7  ou  21 | 3  ou  1 | 3 | ou | ou |
| 63 | 23 | 2 | 17 |  |  |
| 145 | 35 | 4 | 5 |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

1. Résous les problèmes suivants.
2. Dans une division euclidienne, le reste vaut 5, le quotient 3 et le diviseur est trois fois plus grand que le reste. Que vaut le dividende ?
3. Lorsqu’on divise 244 par un certain nombre, on trouve 18 comme quotient et 10 comme reste. Quel est ce nombre ?

Soit d le diviseur.

1. Le quotient de la division de x par 9 est 26 et le reste est 7. Que vaut x ?
2. Le quotient entier de la division de 421 par x est 24. Que valent x et le reste ?

On divise 421 par 24 :

x vaut 17 et le reste 13.

1. Dans une division, le diviseur est 5 et le quotient est 10. Quels sont les dividendes possibles ?

Attention le reste doit être plus petit que le diviseur.

1. Quels sont les nombres dont la division par 6 donne un reste égal au quotient ?

Attention le reste doit être plus petit que le diviseur.

1. Quel est le plus grand nombre dont la division par 22 donne un reste égal au quotient ?
2. Quel est le diviseur de la division euclidienne vérifiée par l’égalité «  » ? Pourquoi ?

8 car il est plus grand que le reste.

1. Anna a choisi un nombre. Elle divise ce nombre par 5. Elle trouve comme quotient 8 et comme reste 3. Quel est ce nombre ?
2. Le quotient de ce nombre par 2, 3, 4, 5, 6 ou 10 est toujours entier. Et ce nombre n’est pas plus grand que 100. Quel est ce nombre ?

Ce nombre est le PPCM de 2, 3, 4, 5, 6 et 10.

1. Lorsque l’on divise ce nombre par 2, 3, 4, 5, 6 ou 10, le reste est toujours 1 ! Et ce nombre est plus petit que 100. Quel est ce nombre ?

Voir raisonnement précédent, il suffit d’ajouter 1.

Ce nombre est 61.

1. Je suis un nombre entier. Si on me divise par 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 ou 17 le reste est toujours égal à 1 et le quotient est différent de zéro. Parmi les nombres qui vérifient les propriétés précédentes, je suis le plus petit. Qui suis-je ?

Voir raisonnements précédents avec des diviseurs allant de 2 à 17.

Ce nombre est 12 252 241.

1. Il est 15h en ce lundi après-midi. Quelle heure sera-t-il dans 10 millions d'heures et quel sera le jour de la semaine ?

10 millions d’heures, c’est 416666 jours et 16 heures :

416666 jours, c’est 59523 semaines et 5 jours :

Après 59523 semaines entières, il se passera encore 5 jours et 16 heures pour atteindre les 10 millions d’heures. On sera dimanche, et il sera 7 heures.

1. Jérémy a 90 billes rouges et 150 billes noires et il souhaite les répartir toutes en paquets. Tous les paquets doivent contenir le même nombre de billes rouges et le même nombre de billes noires. On veut trouver les différentes possibilités pour le nombre de paquets.
2. Peut-il y avoir trente paquets ? Oui car 30 est un diviseur commun à 90 et 150. Neuf paquets ? Non car 9 n’est pas diviseur de 150.
3. Donne la liste des diviseurs de 90.
4. Donne la liste des diviseurs de 150.
5. Quelles sont les différentes possibilités pour le nombre de paquets.

Voir les nombres en fluo.

1. Quel nombre maximum de paquets identiques Jérémy peut-il faire ?

PPCM (90 ;150) = 30

1. Lenna avait un paquet de 320 bonbons et un paquet de 280 chewing-gums qu’elle a partagé équitablement avec un groupe de personnes. Il lui reste alors 5 bonbons et 10 chewing-gums.
2. On veut retrouver le nombre de personnes de ce groupe ; le nombre recherché est un diviseur de 2 nombres, lesquels ?

315 et 270

1. Calcule le nombre maximal de personnes du groupe.
2. Combien de bonbon et de chewing-gums chaque personne recevra-t-elle ?

Chaque personne recevra 7 bonbons et 6 chewing-gums.

1. Dans mon village, il y a cinq clubs :

- le club des Amis, qui se réunit un jour sur deux ;

- le club des Boulistes, qui se réunit un jour sur trois ;

- le club des Chasseurs, qui se réunit tous les quatre jours ;

- le club des Danseurs, qui se réunit tous les cinq jours ;

- le club des Enfants, qui se réunit tous les six jours.

Aujourd'hui, tous les clubs se sont réunis. Dans combien de jours se réuniront-ils à nouveau ?

On cherche un multiple commun à 2, 3, 4, 5 et 6, le plus petit possible.

On cherche donc le PPCM (2 ;3 ;4 ;5 ;6).

PPCM (2 ;3 ;4 ;5 ;6) = 60

1. Je possède une collection de livres. Si je les classe par paquets de 8, 12 ou de 15, il m’en reste chaque fois 3. Combien en ai-je si je sais que j’en ai entre 700 et 800 ?

Le nombre de livres que je possède (sauf 3) est un multiple commun à 8, 12 et 15 compris entre 700 et 800.

Le multiple de 120 compris entre 700 et 800 étant 720, cela veut dire que j’ai 723 livres.

1. Mme Gonzalez est très scrupuleuse quand il s’agit d’arroser ses plantes. Ainsi, elle arrose ses azalées tous les 9 jours et ses géraniums tous les 6 jours. Aujourd’hui, elle a arrosé ces deux types de fleurs. Dans combien de temps au minimum arrosera-t-elle à nouveau ces deux variétés ?

On cherche un multiple commun à 6 et 9, le plus petit possible. Il s’agit du PPCM (6 ;9) = 18.

1. Deux escargots, Arthur et Norbert, partent d'une même salade. Arthur fait le tour d'un petit potager et parcourt 30 mètres en 100 minutes pour regagner la salade. Norbert part de l'autre côté, contourne deux pommiers et fait 84 mètres en 110 minutes avant d'arriver à la salade. Ils font chacun leur trajet plusieurs fois de suite sans s'arrêter ni changer de vitesse, jusqu'à ce qu'ils se retrouvent en même temps à la salade. Au bout de combien de temps vont-ils se rejoindre à la salade ? Quelle distance chacun aura-t-il parcouru ?

On cherche un multiple commun à 100 et 110, le plus petit possible, c’est le PPCM de 100 et 110 qui vaut 1100. Il se retrouveront sur la salade après 1100 minutes (18 heures et 20 minutes).

Arthur aura parcouru 11 fois 30 mètres, soit 330 mètres.

Norbert aura parcouru 10 fois 84 mètres, soit 840 mètres.

1. La montre de Léo sonne toutes les 6 heures et celle de Léa, toutes les 14 heures. Elles ont sonné ensemble le 9 octobre à 17h30. A quelle date et à quelle heure sonneront-elles ensemble de nouveau ?

On cherche un multiple commun à 6 et 14, le plus petit possible, il s’agit du PPCM (6 ;14) = 42.

Les montres sonneront à nouveau ensemble dans 42 heures, soit le 11 octobre à 11h30.

1. On souhaite paver une terrasse de 4,20m sur 5,40m avec des dalles carrées.
   1. Quelle est la longueur du côté des plus grandes dalles qui peuvent être utilisées si on ne veut pas faire de découpe ?

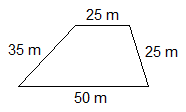
On travaille en cm. On cherche un diviseur commun à 420 et 540, le plus grand possible, c’est le PGCD de 420 et 540 qui vaut 60. Les plus grandes dalles possibles font 60cm de côté.

* 1. Combien de dalles sont nécessaire pour réaliser ce pavement ?

On met 7 dalles dans la largeur et 9 dans la longueur, soit 63 en tout.

* 1. Les propriétaires trouvent ces dalles trop grandes et en choisissent d’autres dont le côté est réduit de moitié. Combien de dalles devront-ils commander ?

On met 4 dalles dont le côté fait 30cm dans une dalle dont le côté fait 60cm. Il en faudra donc 4 fois plus. Il faudra 252 dalles.

1. Il faut installer une clôture de piquets sur le pourtour du terrain représenté à droite. Calcule la quantité de piquets nécessaires si tu sais qu’il y en a un à chaque coin et que la distance entre chaque piquet est maximale et toujours identique.

On cherche un diviseur commun à 25, 35 et 50, le plus grand possible, c’est le PGCD de 25, 35 et 50 qui vaut 5.

Le périmètre de la clôture fait 135m, il faudra donc 27 piquets, ils seront espacés de 5m chacun.

1. Un jardinier désire planter une haie autour d'une parcelle rectangulaire de longueur 10,4m et de largeur 6,4m. Il place un plant à chaque sommet du rectangle. La distance entre deux plants doit toujours être la même et doit être égale à un nombre entier de centimètres.
2. Détermine la plus grande distance possible entre deux plants.

On travaille en cm.

On cherche un diviseur commun à 640 et 1040, le plus grand possible. C’est le PGCD de 640 et 1040 qui est 80. La plus grande distance possible entre chaque arbre sera de 80cm.

1. Calcule le nombre de plants nécessaires pour entourer la parcelle rectangulaire.

On divise le périmètre par la distance entre chaque arbre :

Il faudra 42 arbres.

1. Un menuisier désire construire un escalier composé de deux parties, l’une de 2,88m de hauteur, l’autre, de 3,52m de hauteur. Il désire évidemment construire des marches de mêmes hauteurs comprises entre 15 et 20cm. Détermine la hauteur exacte de chaque marche et leur nombre total.

On cherche un diviseur commun à 288 et 352 situé entre 15 et 20.

Le PGCD de 288 et 352 est 32.

Le seul diviseur de 32 situé entre 15 et 20 est 16.

Chaque marche fera 16cm de hauteur.

On en placera 18 dans la partie qui fait 2,88m et 22 dans la partie qui fait 3,52m, soit au total 40 marches.

1. Des poteaux téléphoniques étaient plantés le long d'une route sur une ligne droite, régulièrement espacés d'un nombre entier de mètres. Après une tempête, il n'en reste plus que trois : le premier, le dernier et un autre situé entre les deux, à 345 mètres du premier et 184 du dernier. Un technicien arrivé sur les lieux estime le nombre de poteau tombés à moins de 30. Combien de poteaux sont tombés ?

L’espace entre chaque poteau un diviseur commun à 345 et 184.

Le PGCD de 345 et 184 est 23 et les diviseurs de 23 sont 1 et 23.

Il n’est pas possible que l’espace entre les poteaux ne soit que d’1m (cela ferait en tout 530 poteaux debout avant la tempête donc 527 tombés après).

L’espace entre chaque poteau était donc de 23m.

Nombre de poteaux tombés :

L’unité ajoutée est une question d’intervalle.

1. Vincent a une curieuse façon de compter sur ses doigts… Il compte le pouce pour 1, l’index pour 2, le majeur pour 3, l’annulaire pour 4, l’auriculaire pour 5 puis repart dans l’autre sens, … l’annulaire 6, le majeur 7, … Il désire compter jusque 2024. Sur quel doigt tombera-t-il ?

Vincent revient sur le pouce à chaque multiple de 8, plus 1 (9, 17, 25, 33, …).

On cherche le multiple de 8 plus 1 le plus proche de 2024, il s’agit de 2017. Il reste alors à compter 7 doigts à partir du pouce.

Vincent tombera sur l’index.

1. Un pou saute sur un cercle par bonds réguliers (l'angle au centre formé par deux positions consécutives du pou est toujours le même).
2. Au bout de combien de tours reviendra-t-il sur sa position initiale si les angles au centre sont de 80° ?

On cherche un multiple commun à 80 et 360.

Le PPCM de 80 et 360 est 720.

Le pou aura effectué deux tours (9 bonds).

1. Au bout de combien de tours reviendra-t-il sur sa position initiale si les angles au centre sont de 60° ?

Même démarche.

Le pou aura effectué un tour (6 bonds).

1. Au bout de combien de tours reviendra-t-il sur sa position initiale si les angles au centre sont de 100° ?

Même démarche.

Le pou aura effectué 5 tours (18 bonds).

1. Trouver tous les angles pour lesquels le poux atteint de nouveau son point de départ en ayant effectué un seul tour.

Ce sont les diviseurs de 360 :

1. Trouver tous les angles pour lesquels le poux atteint de nouveau son point de départ en ayant effectué juste deux tours.

Ce sont les diviseurs de 720 qui ne sont pas des diviseurs de 360 :

1. Djamel possède un certain nombre de jetons, entre 30 000 et 40 000. Qu’il les dispose en piles de 10, 9, 8, …, 4, 3 ou 2 jetons, il en manque toujours un pour compléter la dernière pile. Trouve le nombre exact de jetons que possède Djamel si tu sais qu’on peut parfaitement les disposer en piles de 11 jetons.

On prête un jeton à Djamel, le nombre de jetons qu’il possède alors est un multiple commun à 10, 9, 8, …, 4, 3, et 2, situé entre 30 000 et 40 000.

Le PPCM de 2, 3, 4, …, 8, 9 et 10 est 2520.

Les multiples de 2520 situés entre 30 000 et 40 000 sont : 30 240, 32 760, 35 280 et 37 800.

Lorsque l’on retire le jeton prêté, il reste donc 4 possibilités répondant aux conditions de la première partie de l’énoncé : 30 239, 32 759, 35 279 et 37 799.

Parmi ces 4 possibilités, seul 30 239 est divisible par 11.

Djamel possède 30 239 jetons.

1. 3024 est le produit de 4 nombres naturels consécutifs. Lesquels ?

On regarde dans les premiers diviseurs de 3024 :

Inutile d’aller plus loin pour se rendre compte que les 4 nombres consécutifs 6, 7, 8 et 9 conviennent.

1. Quels sont les 9 premiers multiples de 9 constitués de chiffres identiques ?

0, 9, 99, 333, 666, 999, 9999, 99999, 333333 et 666666.

1. Hormis 0, quel est le plus petit multiple de 72 constitué de chiffres identiques ?

Ce nombre est un multiple de 9 et de 8.

On poursuit la liste des nombres de l’exercice précédent :

666666, 999999, 9999999, 99999999, 111111111, 222222222, 333333333, 444444444, 555555555, 666666666, 777777777, 888888888, 999999999, …

Dans cette liste, on ne peut sélectionner que des nombres pairs (divisibles par 8).

Le premier qui répond favorablement au caractère de divisibilité par 8 est 888888888.

1. Quel est le plus petit nombre uniquement composé du chiffre 3 qui soit divisible par 97 ?

A partir d’une division écrite, on trouve :

1. Quel est le plus petit nombre uniquement composé du chiffre 3 qui soit divisible par 98 ?

Impossible, 98 étant un nombre pair, il ne divisera pas un nombre impair.

1. Quel est le plus petit nombre uniquement composé du chiffre 3 qui soit divisible par 99 ?

Dans la liste des multiples de 9 constitués de chiffres identiques, on sélectionne le premier qui soit constitué exclusivement du chiffre 3 et qui possède un nombre pair de chiffres pour coller au caractère de divisibilité par 11, soit 333333.

1. Ecris un nombre de 9 chiffres différents (sauf 0) qui soit divisible par 99.

Tous les nombres de 9 chiffres différents (sauf 0) sont divisibles par 9.

Parmi ceux-ci, en utilisant le caractère de divisibilité par 11.

La somme des chiffres du nombre recherché vaut 45 et la différence entre la somme des chiffres de rangs impairs et celle des chiffres de rangs pairs doit être un multiple de 11.

Avec une somme de chiffres de rangs impairs valant 28 et une somme de chiffres de rangs pairs valant 17, la somme fait bien 45 et la différence 11.

On sélectionne 5 chiffres différents dont la somme fait 28, par exemple 9, 7, 6, 4 et 2.

Les quatre autres chiffres, 8, 5, 3 et 1, ont pour somme 17.

On sélectionne comme on le souhaite l’emplacement des chiffres de rangs impairs, idem avec les chiffres de rangs pairs.

Par exemple 657321984 sera divisible par 99.

1. Teddy Strait a laissé le code à 9 chiffres de son coffre-fort à l'intérieur du coffre-fort et malheureusement, il ne s’en rappelle plus… Heureusement, il se souvient que le code ne contient pas de zéro, que les chiffres sont tous différents, et qu'à partir de la gauche :

* Le premier chiffre est 1.
* Le nombre formé par le 1er et le 2ème chiffre est multiple de 2.
* Le nombre formé par le 2ème et le 3ème chiffre est multiple de 3.
* Le nombre formé par le 3ème et le 4ème chiffre est multiple de 4.
* Et ainsi de suite... Jusqu'au nombre formé par le 8ème et le 9ème chiffre qui est un multiple de 9.

Quel est le code du coffre de Teddy Strait ?

Rép. : 187254963

1. A l’intérieur du coffre-fort de Teddy Strait se trouve un petit coffre-fort. A l’intérieur de ce petit coffre-fort, il a laissé le code à 9 chiffes qui permet de l’ouvrir et malheureusement, il ne s’en rappelle plus… Heureusement, il se souvient que le code ne contient pas de zéro, que les chiffres sont tous différents, et qu'à partir de la gauche :

* Le nombre formé par les deux premiers chiffres est un multiple de 2.
* Le nombre formé par les trois premiers chiffres est un multiple de 3.
* Le nombre formé par les quatre premiers chiffres est un multiple de 4.
* Et ainsi de suite… Jusqu’au nombre formé par les neuf premiers chiffres qui est un multiple de 9.

Quel est le code du petit coffre de Teddy Strait ?

Rép. : 381654729

1. Le nombre phénix (φοῖνιξ).
2. Qu'arrive-t-il au nombre 052631578947368421 lorsqu'on le multiplie par un nombre quelconque compris entre 2 et 18 ?

On retrouve la même séquence de chiffres, à une permutation entre deux tranches près.

Ex. :

1. Et lorsqu'on le multiplie par 19 ?

On obtient :

1. Un autre φοῖνιξ : 0344827586206896551724137931.
2. Trouve un moyen de générer des nombres phénix.

On applique la formule suivante :

Où m est un nombre premier. Attention, certains nombres premiers ne fonctionnent pas.

Voici la liste des 20 premiers nombres premiers qui fonctionnent :