

# Les fractions – Simplifications & Réductions

## I. THÉORIE

### 1. Définition

Les fractions sont des entiers divisés en plusieurs parties égales.

### 2. Composition d'une fraction

Une fraction est composée de trois éléments différents :

- un numérateur,
- une barre de fraction,
- un dénominateur.

Le rôle du numérateur sert à savoir combien de parties sont utilisées.

Le rôle du dénominateur sert à savoir en combien de partie l'entier est divisé.

### 3. Méthodologie

#### 3.1. Réduire des fractions au même dénominateur

**Étape 1 :** Rechercher le P.P.C.M. des différents dénominateurs.

**Étape 2 :** Ecrire une fraction égale à la fraction donnée ayant comme dénominateur le P.P.C.M. trouvé.

#### 3.2. Simplifier une fraction au maximum

**Étape 1 :** Trouver le PGCD du numérateur et du dénominateur

**Étape 2 :** Diviser par ce nombre le numérateur et le dénominateur

**Étape 3 :** Vérifier que la fraction est irréductible (existe-t-il encore un PGCD entre le numérateur et le dénominateur ?)

## II. EXERCICES

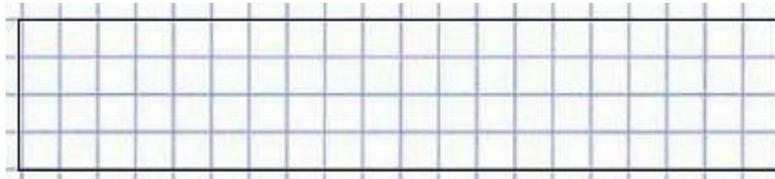
### 1. Représenter des fractions

1.1. Colorie la portion du rectangle demandée par la fraction.

a.  $\frac{1}{2}$



b.  $\frac{3}{4}$



c.  $\frac{1}{4}$



1.2. Ecris la fraction en toute lettre et vice-versa.

$\frac{8}{9}$			Treize douzième
$\frac{10}{40}$			30 pourcents

### 2. Réduire des fractions au même dénominateur

2.1. Recherche le PPCM des fractions suivantes puis réduis-les au même dénominateur.

a.  $\frac{8}{15}$   $\frac{8}{9}$

b.  $\frac{9}{10}$   $\frac{100}{100}$

c.  $\frac{20}{58}$   $\frac{1}{2}$

2.2. Réduis directement les fractions suivantes au même dénominateur.

a.  $\frac{20}{25}$   $\frac{8}{24}$

b.  $\frac{4}{5}$   $\frac{1}{3}$

c.  $\frac{28}{14}$   $\frac{13}{4}$

2.3. Transforme ces fractions en douzièmes.

- |                  |                     |                  |                    |
|------------------|---------------------|------------------|--------------------|
| a. $\frac{5}{6}$ | c. $\frac{80}{120}$ | e. $\frac{6}{9}$ | g. $\frac{15}{18}$ |
| b. $\frac{9}{4}$ | d. $\frac{9}{36}$   | f. $\frac{6}{8}$ | h. $\frac{72}{32}$ |

3. Ecrire une fraction sur base d'un énoncé

- 3.1. Je suis une fraction dont le numérateur est 4 et dont le dénominateur est égal au triple du numérateur. Qui suis-je ?
- 3.2. Je suis une écriture fractionnaire dont le numérateur est 9 et dont le dénominateur vaut la moitié du numérateur. Qui suis-je ?
- 3.3. Je suis une fraction dont le dénominateur est 5 et dont le numérateur vaut le cube du dénominateur. Qui suis-je ?
- 3.4. Trouve la fraction de dénominateur égal à 40 qui représente le nombre  $\frac{9}{15}$ .
- 3.5. Trouve la fraction équivalente à  $\frac{21}{27}$  et dont le numérateur vaut 14.
- 3.6. Trouve la fraction égale à 1,25 et dont le dénominateur vaut 12.

4. Simplifier des fractions

4.1. Simplifie ces fractions au maximum. (Série 1)

- |                     |                                    |                      |                        |
|---------------------|------------------------------------|----------------------|------------------------|
| a. $\frac{6}{4}$    | e. $\frac{17}{51}$                 | i. $\frac{13}{9}$    | m. $\frac{2052}{5724}$ |
| b. $\frac{12}{36}$  | f. $3\frac{3}{6}$                  | j. $\frac{84}{28}$   | n. $\frac{12a}{18b}$   |
| c. $\frac{50}{100}$ | g. $\frac{48}{32}$                 | k. $\frac{175}{525}$ | o. $\frac{7a}{10a}$    |
| d. $\frac{50}{60}$  | h. $\frac{3 \cdot 20}{35 \cdot 9}$ | l. $\frac{324}{486}$ |                        |

4.2. Simplifie les fractions suivantes au maximum. (Série 2)

a.  $\frac{12}{36}$  b.  $\frac{-67}{-18}$  c.  $\frac{-48}{72}$  d.  $\frac{-26}{-39}$  e.  $\frac{35}{-45}$  f.  $\frac{360}{-240}$  g.  $\frac{-45}{-18}$

4.3. Parmi les fractions suivantes, quelles sont celles qui sont équivalentes ?

a.  $\frac{4}{6}$  b.  $\frac{16}{20}$  c.  $\frac{15}{24}$  d.  $\frac{5}{16}$  e.  $\frac{10}{16}$  f.  $\frac{25}{40}$  g.  $\frac{80}{100}$  h.  $\frac{22}{33}$

5. Comparer des fractions

5.1. Complète par <, > ou =. (Série 1)

a.  $\frac{4}{4} \dots \frac{3}{3}$  d.  $\frac{7}{11} \dots \frac{7}{9}$  g.  $\frac{18}{3} \dots \frac{16}{3}$  j.  $\frac{5}{7} \dots \frac{1}{7}$   
b.  $0,2 \dots \frac{1}{2}$  e.  $\frac{11}{7} \dots \frac{9}{7}$  h.  $\frac{12}{24} \dots \frac{3}{6}$  k.  $1\frac{2}{5} \dots 1\frac{2}{3}$   
c.  $\frac{3}{2} \dots \frac{3}{4}$  f.  $0,05 \dots \frac{1}{20}$  i.  $\frac{2}{7} \dots \frac{1}{5}$  l.  $\frac{13}{7} \dots \frac{7}{13}$

5.2. Complète par <, > ou =. (Série 2)

a.  $\frac{2}{5} \dots \frac{3}{5}$  c.  $\frac{6}{7} \dots \frac{6}{5}$  e.  $-\frac{5}{6} \dots -\frac{7}{9}$  g.  $-\frac{34}{51} \dots -\frac{7}{10}$   
b.  $\frac{-63}{96} \dots \frac{46}{68}$  d.  $\frac{-5}{6} \dots \frac{-5}{7}$  f.  $\frac{3}{4} \dots \frac{2}{5}$  h.  $\frac{7}{13} \dots \frac{63}{97}$

5.3. Classe les nombres suivants par ordre croissant.

$$\frac{3}{6}; \frac{-2}{3}; \frac{45}{-17}; \frac{-5}{6}; -\frac{8}{-9}.$$

5.4. Classe les nombres suivants par ordre décroissant.

$$-\frac{8}{-3}; -\frac{6}{5}; \frac{18}{-13}; 2\frac{3}{8}; \frac{-4}{3}.$$

## 6. Positionner des fractions sur une droite

### 6.1. Exercice 1

- Trace un segment  $[AB]$  long de 8 cm. (Prévois à gauche du segment un espace de  $\pm 10$  cm)
- Soit l'abscisse de A de valeur 0 et celle de B de valeur 1, pointe les abscisses :

$$M = \frac{3}{4}; N = \frac{2}{4}; M' = \frac{-3}{4}; N' = -\frac{1}{2}; O = \frac{5}{-4}$$

- Entre quelles abscisses entières consécutives se situe O ?
- Donne un encadrement de O au dixième.

### 6.2. Exercice 2

- Gradue cette droite. (1 unité pour 3 cm)
- Place les points suivants :  $A = \frac{-5}{3}$ ;  $B = \frac{7}{6}$ ;  $C = -\frac{4}{6}$ ;  $D = -\frac{13}{6}$  et  $E = \frac{-8}{3}$



### 6.3. A partir de la droite graduée ... (voir page suivante)

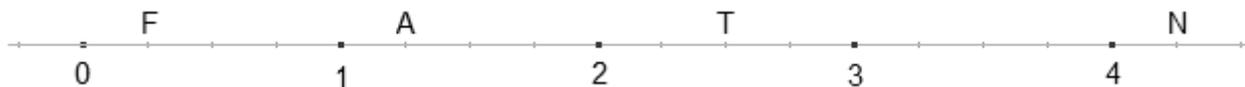
- Donne une fraction correspondant aux points :

F →                      T →                      A →                      N →

- Place les points :

R →  $\frac{3}{4}$                       I →  $\frac{7}{2}$                       C →  $1 + \frac{3}{4}$                       O →  $\frac{31}{8}$

- Entre quelles abscisses entières consécutives se situe F ?
- Entre quelles abscisses entières consécutives se situe O ?



**7. Traduire les pourcentages en fractions et les fractions en pourcentages**

Ecriture décimale	0,5					1	0,17		
Fraction réduite		$\frac{4}{5}$			$\frac{37}{50}$			$\frac{5}{8}$	
Pourcentage			25%	65%					210%

**8. Egalités**

8.1. Série 1

a.  $80 = \frac{2}{3}$  de ...

e.  $375 \text{ €} = \frac{3}{8}$  de ...

b.  $25 = \frac{1}{2}$  de ...

f.  $75 \text{ dm} = \frac{3}{4}$  de ...

c.  $15 = \frac{5}{11}$  de ...

g.  $80 \text{ kg} = \frac{4}{5}$  de ...

d.  $48 \text{ €} = \frac{6}{7}$  de ...

h.  $1000 \text{ €} = \frac{2}{5}$  de ...

8.2. Série 2

a. 1 mois =  $\frac{\dots}{\dots}$  d'un trimestre

e.  $12 = \frac{\dots}{\dots}$  de 36

b. 1 jours =  $\frac{\dots}{\dots}$  d'avril

f.  $30 = \frac{\dots}{\dots}$  de 100

c.  $125 \text{ €} = \frac{\dots}{\dots}$  2000 €

g.  $26 = \frac{\dots}{\dots}$  de 39

d.  $15 \text{ cm} = \frac{\dots}{\dots}$  de 1,5 m

h.  $48 = \frac{\dots}{\dots}$  de 40

### III. PROBLEMES

#### Problème 1

Héphaïstos le dieu forgeron grec doit fabriquer 300 armes pour les hoplites (soldats) du roi Léonidas. Le premier jour il en forge la moitié. Le deuxième jour, il en forge un tiers et le troisième il en forge un dixième.

- Calcule le nombre d'armes qu'il a forgées chaque jour.
- Calcule le nombre d'armes qu'il lui reste à forger.
- Quelle fraction des armes a-t-il forgé à la fin du troisième jour ?
- Quelle fraction des armes lui reste-t-il à forger ?

#### Problème 2

Pierre a déjà lu les trois cinquièmes de son livre de 280 pages. Combien de pages a-t-il lu ?

#### Problème 3

Tu as reçu les deux tiers de 150 € et ton frère le reste.

- Combien as-tu reçu ?
- Combien a reçu ton frère ?

#### **Problème 4**

*Dans une classe de 28 élèves, 20 partent à la patinoire. Quelle fraction de la classe est partie ?*

#### **Problème 5**

*Ton grand père te destine une somme d'argent payable en deux fois. Tu reçois dans un premier temps les quatre septièmes de cette somme, soit 32€. Combien recevra dans un second temps ?*

#### **Problème 6**

*Une enquête dans une classe donne les résultats suivants :  $\frac{9}{22}$  des élèves prennent le bus,  $\frac{3}{22}$  d'entre eux vont à l'école à pieds et les élèves qui viennent en vélo sont deux fois plus nombreux que ceux qui y vont à pieds. Cette enquête est-elle complète ? Justifie par calcul.*

#### **Problème 7**

*Pour une journée d'excursion, il est prévu un demi-pain pour le matin et les trois quarts d'un pain pour chacun des deux principaux repas de la journée. Deux pains suffisent-ils pour la journée ? Justifie.*

### **Problème 7**

Une citerne est remplie aux cinq huitièmes de sa capacité. Pour la remplir complètement, il faut encore verser 372l. Quelle est, en litres, la contenance totale de cette citerne ?

### **Problème 7bis**

Une cuve à mazout est remplie aux trois cinquièmes. En y versant 300l, elle est alors remplie aux trois quarts. Quelle est la capacité de cette citerne ? Justifie.

### **Problème 8**

Dans un centre de vacances,  $\frac{1}{5}$  des enfants ont 8 ans,  $\frac{1}{3}$  ont 9ans et 15% ont 12 ans. Quelle est la fraction des enfants qui n'ont ni 8 ans, ni 9 ans, ni 12 ans ?

### **Problème 9**

Sarah dit : « J'ai bu les trois quart des deux cinquièmes d'une bouteille d'un litre de jus de fruits. » Quelle quantité (en cl) de jus de fruits Sarah a-t-elle bue ? Justifie par un calcul.

### **Problème 10**

*Un petit fils a les trois quarts des deux neuvièmes de l'âge de son grand- père. Sachant que celui-ci a 78 ans, quel est l'âge du petit fils ? Justifie.*

### **Problème 11**

*Salim décide de dépenser le contenu de sa tirelire pour acheter des cadeaux de Noël à tous ses frères et sœur. Il consacre  $\frac{3}{11}$  de sa "fortune" pour acheter un cadeau à Djibril,  $\frac{3}{8}$  pour Malik et  $\frac{2}{9}$  pour la petite dernière Sûri. Qui a reçu le cadeau le moins cher ?*

### **Problème 12**

*Un avion de la ligne Bruxelles-Cannes fait escale à Paris. Au départ, trois quarts des sièges sont occupés. Après l'escale à Paris, où 18 personnes montent, l'avion est alors plein aux quatre cinquièmes. Combien y a-t-il de sièges dans cet avion ? Justifie.*

### **Problème 13**

*Les trois quarts d'un nombre valent trois cent six. Quel est ce nombre ?*