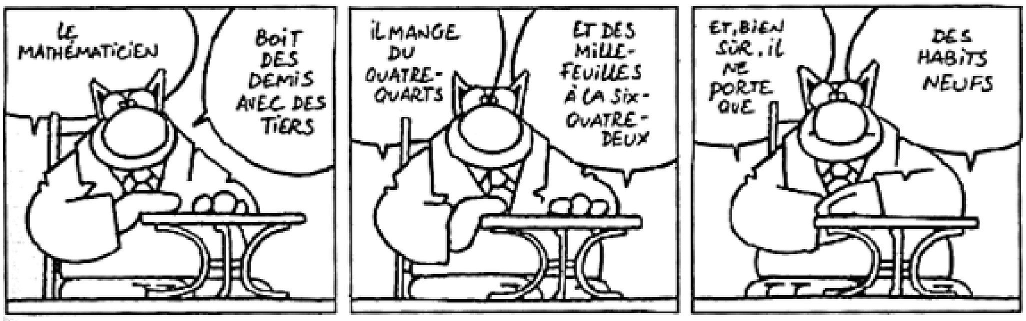
Nom :……………………………………………………………
Prénom : ………………………………………………
4^e TQ soc…..

Mathématiques

2 heures / semaine



Le chat, Philippe GELUCK

Année scolaire 20……-20……

Cours de Mme Métens

Chapitre 1
Les équations

Chapitre 1 : EQUATION DU 1er DEGRE

SAVOIR

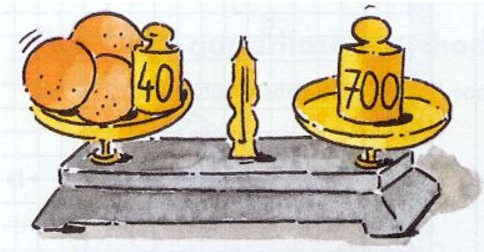
	Définir équation, solution d'une équation
	Restituer le vocabulaire relatif à une équation (membres, inconnue, degré, solution)
	Restituer en français et en mathématique les principes d'équivalence des équations.

SAVOIR-FAIRE

	Vérifier qu'un réel est solution d'une équation.
	Justifier à l'aide des principes d'équivalence des égalités le passage dans la résolution d'une équation d'une ligne à sa suivante.
	Résoudre une équation de la forme ax + b = 0.
	Résoudre une équation de la forme ax + b = c.
	Résoudre une équation de la forme ax + b = cx + d
	Résoudre une équation où apparait des fractions dans les deux membres.
	Résoudre des équations impossibles ou indéterminées (savoir les différenciés)
	Transformer des formules
	Associer l'énoncé d'un problème à sa modélisation mathématique sous forme d'équation.
	Résoudre un problème du premier degré par mise en équation.

Activité 1. Notion, vocabulaire et solution

1. Calcule la masse d'une orange. (On suppose que les trois oranges ont la même masse).



Dans cette situation, il y a un élément **INCONNU** : ....

- Si tu désignes la masse d'une orange par la lettre "x",traduis algébriquement:
  - la masse totale du plateau de gauche: ....
  - la masse du plateau de droite: ....

- Sachant que la balance est en équilibre, quelle égalité peux-tu écrire ? .... = ...
- Que vaut la masse d'une orange ? ....

2. a) Associe à chacun des problèmes ci-dessous l'équation qui permettrait de le résoudre.

Un menuisier a réalisé une commande de planches en bois. Son fournisseur lui en a livré 4 en plus. Il en a reçu 136. Combien de planches avait-il commandées ?	•	•	$4x + 8 = 136$
Lors des soldes, Benoit et trois de ses amis ont acheté chacun un même article de sport sur lequel ils ont bénéficié d'une réduction de 8 €. Ensemble, ils ont payé 136 €. Quel était le prix non soldé de cet article ?	•	•	$x + 4 = 136$
Au restaurant, quatre convives ont choisi le même menu. Pour ces quatre menus, l'addition s'élève à 136 €. Quel est le prix d'un menu ?	•	•	$4(x - 8) = 136$
Pour acheter un écran d'ordinateur à crédit, un client a payé 8 € de frais de dossier et ensuite 4 mensualités fixes. Le prix total de son écran est de 136 €. Quel est le montant d'une mensualité ?	•	•	$4x = 136$

b) Pour chacune des équations, sans la résoudre, vérifie que la solution proposée est correcte.

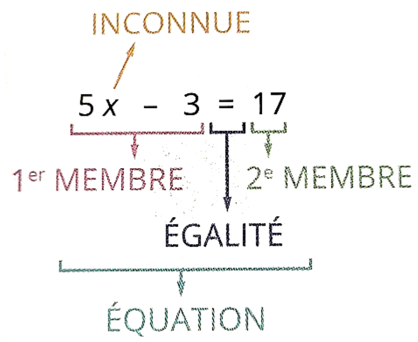
$4x + 8 = 136$	$x + 4 = 136$	$4(x - 8) = 136$	$4x = 136$
$x = 32$	$x = 132$	$x = 42$	$x = 34$
…………………………	…………………………	…………………………	…………………………
…………………………	…………………………	…………………………	…………………………
…………………………	…………………………	…………………………	…………………………

c) Indique des croix dans le tableau lorsque les équations sont équivalentes, c'est-à-dire lorsqu'elles possèdent la même solution. Justifie.

Equations et leur solution		$2x = 126 - x$	$3x - 60 = 4 + x$	$x + 16 = 50$	$\frac{x}{2} + 1 = 67$
$4x + 8 = 136$	32				
$x + 4 = 136$	132				
$4(x - 8) = 136$	42				
$4x = 136$	34				

Synthèse :

1) Qu'est-ce qu'une équation ?



2) Qu'est-ce qu'une inconnue ?

3) Que représentent les solutions d'une équation ?

4) Que signifie « résoudre une équation ? »

Exercices :

1. a) Vérifie si 2 est la solution de l'équation

$4x + 2 = 10$ $3x + 5 = 10$

b) Sans les résoudre, entoure parmi les équations ci-dessous celles qui sont équivalentes à l'équation $4x + 2 = 10$.

$4x + 4 = 12$	$-4x + 3 = -7$	$8x - 4 = 12$	$2(x - 2) + 1 = x - 2$
....	....	....	....
....	....	....	....

c) Détermine si les solutions données sont correctes sans passer par la résolution de ces équations.

a)	$3x + 7 = 10$	$x = 1$	
b)	$-2x + 5 = 4$	$x = \frac{1}{2}$	
c)	$3 = -3x + 6$	$x = -1$	
d)	$2 + 3x = 2 - (-3x)$	$x = 10$	
e)	$-2(-x - 1) = 2x + 10$	$x = \frac{1}{2}$	
f)	$\frac{2x - 12}{4} = 5$	$x = 16$	

Activité 2. Les différents types d'équations

1. *Equations du type* ***x + a = b***

Pour résoudre cette équation, on neutralise le « terme gêneur » en ajoutant son opposé dans le 2ème membre.

$x - 5 = 13$	$x + 8 = -10$
$x = 13 + 5$	$x = -10 - 8$
$x = 18$	$x = -18$

2. *Equations du type* ***a . x = b et*** $\boldsymbol{\frac{x}{a} = b}$

Pour résoudre cette équation, on neutralise le « facteur gêneur » en divisant ou multipliant le 2ème membre par celui-ci.

$4 . x = 12$	$\frac{x}{12} = -10$
$x = \frac{12}{4}$	$x = -10 . 12$
$x = 3$	$x = -120$

3. *Equations et proportions*

Pour résoudre ce type d'équation on peut procéder de plusieurs manières.

⇒On neutralise le facteur diviseur, puis le facteur multiplicateur en utilisant les règles précédentes. *Exemple :* $\frac{3x}{4} = \frac{5}{7}$

$$3x = \frac{5 . 4}{7}$$

$$3x = \frac{20}{7}$$

$$x = \frac{20}{7} . \frac{1}{3}$$

$$x = \frac{20}{21}$$

⇒On transforme l'équation de manière à faire apparaître le coefficient de x, on le neutralise en multipliant le 2ème membre par l'inverse du coefficient de x.

Exemple : $$\frac{\mathbf{3}x}{\mathbf{4}} = \frac{5}{7}$$

$$\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}} . x = \frac{5}{7}$$

$$x = \frac{5}{7} . \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{3}}$$

$$x = \frac{20}{21}$$

⇒On réduit les deux membres au même dénominateur, ensuite on le supprime pour faire disparaître les fractions.

Exemple : $$\frac{3x}{\mathbf{4}} = \frac{5}{\mathbf{7}}$$

$$\frac{21x}{28} = \frac{20}{28}$$

$$\frac{21x}{\cancel{28}} = \frac{20}{\cancel{28}}$$

$$x = \frac{20}{21}$$

⇒On applique la propriété fondamentale des proportions : le produit des extrêmes est égal au produit des moyens.

Exemple : $$\frac{3x}{4} = \frac{5}{7}$$

$$3\,x \,.\, 7 = 4 \,.\, 5$$

$$\mathbf{21}\,x = 20$$

$$x = \frac{20}{21}$$

4. *Equations du type* ***ax + b = c***

Pour résoudre cette équation, on neutralise d'abord le « terme gêneur » puis le « facteur gêneur ». *Exemple :*

$$2x + \mathbf{8} = 18$$
$$2x = 18 \mathbf{- 8}$$
$$\mathbf{2}x = 10$$
$$x = 10 \mathbf{: 2}$$
$$x = 5$$

5. *Equations du type* ***ax + b = cx + d***

Pour résoudre cette équation, il faut effectuer des *neutralisations successives* afin d'obtenir une équation du type ax = b. *Exemple :*

$$5x + 10 = 3x + 4$$
$$5x - 3x = 4 - 10$$
$$2x = -6$$
$$x = -6 : 2$$
$$x = -3$$

6. Equations plus complexes :

⇒Si au moins un des membres de l'équation comprend plus de deux termes, il est préférable de le réduire avant de résoudre l'équation.

⇒Si l'équation comprend des parenthèses, il faut les faire disparaitre (soit en appliquant les règles de suppression de parenthèses, soit en appliquant la distributivité)

⇒Si au moins un des deux membres est écrit sous forme de fraction, on réduit les deux membres au même dénominateur puis on applique les règles vues précédemment.

Exercices :

1. Résous les équations suivantes et vérifie si ta solution est la bonne.

$x + 8 = 12$	$x + 12 = 8$	$8 + x = 20$
$5 - x = 15$	$-x + 12 = 5$	$-20 - x = 39$
$2x - 9 = 15$	$5x + 11 = 36$	$-2x + 7 = 25$
$\frac{x}{5} - 8 = 1$	$\frac{x}{2} + 9 = 20$	$5 - \frac{x}{3} = 7$

$5x + 8 = 2$	$-3x + 8 = 2x$	$x + 8 = 2x - 9$
$5 + 3x = 4x - 3$	$9x - 5 = 2x + 7$	$5 - 6x = 2x - 9$
$5 - (x + 8) = 2$	$5\ (x + 8) = 2$	$-(2x - 2) = 3 - (x+2)$
$3x\ .\ (-2) = 5$	$2x = 0$	$(x-2)\ .\ 3 = 5\ (x + 2)$

$\frac{x}{5} - 2 = \frac{2x}{3} + \frac{1}{4}$	3x – (12x –2+2x) = 3x – (-x+2)	(3 + x) . (-2) = 7. (-x - 2)

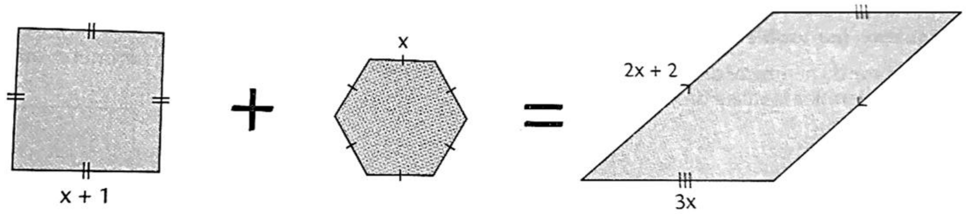
$\mathbf{7 - 2\,(2x + 1) = 1 - (x - 1)}$	$\mathbf{4x - 3 = 4\,.\,(x - 2) + 5}$
$\mathbf{(x - 7).\,(x + 5) = (2 + x).\,(x - 1)}$	$\mathbf{9 - (x - 3) - 5\,.\,(3x + 2) = 0}$

2. Résous les équations suivantes en utilisant la propriété des proportions.

$\frac{3}{x} = \frac{9}{3}$	$\frac{2x}{3} = \frac{7}{2}$	$\frac{3}{2x} = \frac{4}{7}$
$\frac{3}{2x+3} = \frac{2}{7}$	$\frac{3}{5} = \frac{9-x}{7+x}$	$\frac{x}{7} = \frac{-3}{5}$
$5 = \frac{-x}{2}$	$\frac{2.(x+6)}{6} = \frac{2}{3}$	$\frac{x+4}{4} = \frac{x-5}{6}$

Activité 3 Equations particulières

1. La somme des périmètres du carré et de l'hexagone régulier est égale au périmètre du parallélogramme.
Détermine la valeur de x.



- Modélise la situation par une équation :

____

- Résous l'équation :

____
____
____
____
____

- L'équation « 0x = 0 » est-elle vraie pour n'importe quelle valeur de x ? ______

➔ On appelle cette équation « 0x = 0 » une **équation** ____________________

- Calcule les périmètres si **x = 10** :

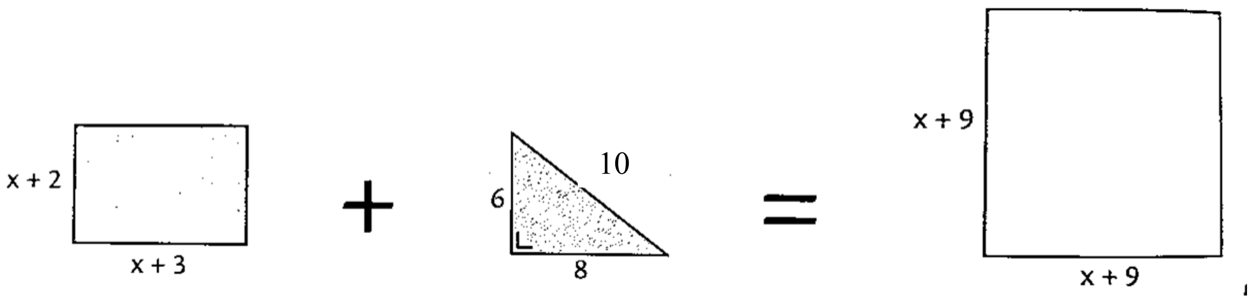
$P_{carré}$ = 4x + 4 = 4 . 10 + 4 = ______________________________

$P_{hexagone}$ = 6x = ______________________________

$P_{parallélogramme}$ = 2 . (5x + 2) = ______________________________

$P_{carré}$ + $P_{hexagone}$ = ______________________________ = $P_{parallélogramme}$

2. La somme du périmètre du rectangle et du périmètre du triangle rectangle est égale au périmètre du carré. Détermine la valeur de x.



- Modélise la situation par une équation :

  ____

- Résous l'équation :

  ____

  ____

  ____

  ____

  ____

  ____

- L'équation « 0x = 2 » peut-elle être vraie ? ______________________

➔ On appelle cette équation « 0x = 2 » une **équation** ______________

Synthèse :

Complète par une des propositions ci-dessous :

Impossible **-** $\mathcal{S} = \emptyset$ ***ou*** $\mathcal{S} = \{\ \}$ **-** ***indéterminée*** **-** $\mathcal{S} = \{\mathbf{0}\}$ **-**

qui a pour solution 0 **-** $\mathcal{S} = \mathbb{R}$

a) $0x = 0$ est une équation ______________________

Solution en langage mathématique : ______________________

b) $0x = n$ (avec $n \in \mathbb{R}_0$) est une équation ______________________

Solution en langage mathématique : ______________________

c) $nx = 0$ (avec $n \in \mathbb{R}_0$) est une équation ______________________

Solution en langage mathématique : ______________________

Exercices :

1. Détermine, sur feuille annexe, si les équations suivantes sont impossibles, indéterminées ou si la solution est 0.

a) $-6 \cdot (x + 3) = x - 7 \cdot (x + 3) + 3$ ______________________

b) $5 \cdot (x - 2) - 7 = -(3x + 6) + (-2x - 11)$ ______________________

c) $4 \cdot (3x - 1) = 6 + 12x$ ______________________

d) $4y + 2 \cdot (y - 1) = -3 \cdot (-2y + 2)$ ______________________

e) $-3 \cdot (y - 3) = 2 \cdot (3 - y) - (y - 3)$ ______________________

f) $-3y - (4y - 1) = -(6y - 2) - 1$ ______________________

Activité 4 *Résolution de problèmes du premier degré*

1. *Apprendre à coder*

1) Si Pierre possède x € et Luc 10 € de plus, exprime en langage mathématique :

a) l'avoir de Luc : ....

b) le total des sommes possédées par Luc et Pierre :..

c) la moitié de l'avoir de Luc : ....

d) le double de l'avoir de Pierre :...

e) 10% du total des sommes des avoirs de Luc et Pierre :...

2) **a) Dans chaque cas, souligne l'équation qui traduit l'énoncé.**
b) Pour cette équation trouvée que désigne l'inconnue x?

a) Le double de la somme de x et de 3 vaut 26

$2x + 3 = 26$ $\quad$ $2(x+3) = 26$ $\quad$ $x + 3 = 26$ $\quad$ $x + 3 = 13$

Pour l'équation trouvée, x désigne..

Résous cette équation :

Vérification: ....

b) Un fermier doit entourer un terrain de 526 m de périmètre par un fil électrique. Il lui reste 138 m de fil en réserve. Quelle longueur lui manque-t-il?

$x + 138 = 526$ $\quad$ $x - 526 = 138$ $\quad$ $526 + x = 138$ $\quad$ $2(x+138) = 526$

Pour l'équation trouvée, x désigne..

Résous cette équation :

Vérification: ....

c) J'ai dépensé 250 € et il me reste 10 € de plus que le tiers de ce que contenait mon portefeuille.

$\frac{x+10}{3}=250$ $\quad$ $x-250=\frac{x}{3}+10$ $\quad$ $x-\frac{x}{3}=250$ $\quad$ $\frac{x}{3}+10=250$

Pour l'équation trouvée, x désigne……………………………………………………………………

Résous cette équation

Vérification: …………………………………………………………

d) Un père a 20 ans de plus que son fils. Dans 15 ans, l'âge du père sera le double de celui de son fils. Quels sont les âges actuels du père et du fils?

$(x+20)+15=2\cdot(x+15)$ $\quad$ $x+15=2\cdot x$ $\quad$ $x+20=2\cdot(x+15)$

Pour l'équation trouvée, x désigne……………………………………………………………………

Résous cette équation:

Vérification: …………………………………………………………

2. *Retrouve chaque fois les 2 équations qui traduisent les énoncés suivants* :

a) La différence de deux nombres est 390. Le plus grand est 1 100. Quel est le plus petit?

$1100 - x = 390$ $\quad x - 1100 = 390$ $\quad 390 - x = 1100$ $\quad 390 + x = 1100$

b) La longueur d'un rectangle est double de sa largeur et son périmètre est de 120 cm.

$x \cdot (x + 2) = 120$ $\quad 6x = 120$ $\quad 2x + x = 120$ $\quad 2x + x = 60$

c) Que mesurent les côtés de même longueur d'un triangle isocèle sachant que sa base est de 12 cm et son périmètre de 52 cm.

$2x = 52 - 12$ $\quad 2(x + 12) = 52$ $\quad 2x + 12 = 52$ $\quad (2x) \cdot 12 = 52$

d) A l'occasion d'une fête scolaire, un repas qui revient à 2.5 € est vendu 8 €. Combien faut-il vendre de repas pour réaliser un bénéfice de 363 €?

$8x = 363$ $\quad x(8 - 2,5) = 363$ $\quad 8(x - 2,5) = 363$ $\quad 8x = 2,5x + 363$

e) Pour tes achats scolaires, tu disposes de la somme de 12 €. Après avoir acheté du matériel de dessin pour 6 €, une pochette de bics de couleur pour 2,4 € et 3 blocs de feuilles quadrillées, il te reste 1,7 €? Quel est le prix d'un bloc de feuilles quadrillées ?

$12 - (3x + 6 + 2,4) = 1,7$ $\quad 3x - 6 - 2,4 = 1,7$ $\quad x + 6 + 2,4 + 1,7 = 12$

$3x + 6 + 2,4 + 1,7 = 12$

3. *Problèmes généraux et divers*

1) Calcule la masse d'un pamplemousse. (On suppose que les 7 pamplemousses ont la même masse.)

Choix de l'inconnue : x désigne ....

Equation : ....

Résolution : ....

....

....

....

Solution du problème: la masse d'un pamplemousse est de ....

2) Si tu soustrais 5 du double d'un nombre et que tu multiplies cette différence par 3, tu obtiens 9. Quel est ce nombre ?

Choix de l'inconnue : x désigne ....

Equation : ....

Résolution : ....

....

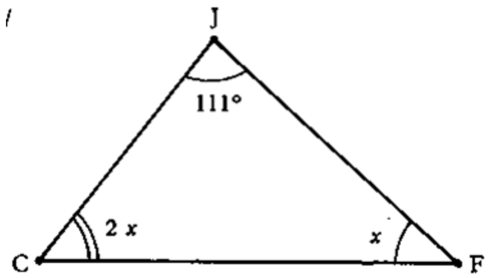
....

....

Solution du problème: ....

3) Calcule les amplitudes des angles C et F.

le dessin est donné à titre indicatif !



Choix de l'inconnue : x désigne ....

Equation : ....

Résolution : ....

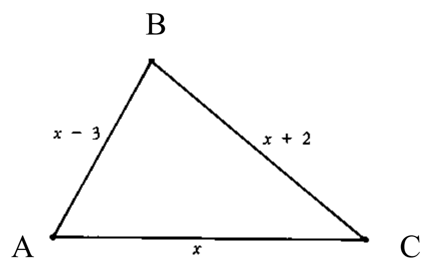
....

....

....

Solution du problème: l'amplitude de l'angle F vaut .... et l'amplitude de l'angle C vaut ....

4) Calcule les longueurs des côtés $[AB]$; $[BC]$ et $[AC]$ de ce triangle quelconque sachant que son périmètre mesure 92 cm.



Choix de l'inconnue : x désigne ....

Equation : ....

Résolution : ....

....

....

....

Solution du problème: ....

4. *Problème sur les âges*

1) Un garçon dit : « Si je prends le triple de mon âge et que j'ajoute 20 ans, j'aurai autant qu'en ajoutant 2 ans au quintuple de mon âge ». Quel âge a-t-il?

Choix de l'inconnue :je désigne par x…………………………………………………………………………………………

Mise en équation : ………

Résolution : ……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

Solution du problème : ……………………………………………………………………………………

Vérification : ……………………………………………………………………………………

5. *Problèmes supplémentaires*

1) Pour aller de Bruxelles à Bordeaux, un automobiliste a rempli deux fois son réservoir. Il a consommé 74 l et il lui en reste 8. Calcule la contenance de son réservoir.

Choix de l'inconnue : ………………………………………………………………	**Vérification**
Mise en équation : ………………………………………………………………	………………………………………………
Résolution : ………………………………………………………………………	………………………………………………
………………………………………………………………………	………………………………………………
………………………………………………………………………	

Solution du problème: ……………………………………………………………………………………

2). Quatre fois par jour, un élève va de son domicile à l'école. En faisant 250 m de détour pour aller chercher un pain, il parcourt en tout 3,550 km. Calcule la distance entre son domicile et l'école.

Choix de l'inconnue : la lettre x désigne ………………………………………………………

Mise en équation : ………………………………………………………

Résolution : ………………………………………………………

………………………………………………………

………………………………………………………

………………………………………………………

Solution du problème: ………………………………………………………

THEORIE SUR LES EQUATIONS

1. Notion et vocabulaire

- $3 \cdot x + 40 = 700$ est **une** .... **à une** .... **x**.
- Dans cette équation:

  $3 \cdot x + 40$ est le ....

  700 est le ....

  220 est la .... car si x = 220 alors $3 \cdot \mathbf{220} + 40 = 700$ est une égalité vraie.

Une équation du 1er degré est une égalité qui renferme une inconnue

Exemples: $x + 8 = 20$ est vraie si x = 12

$(x - 3) \cdot (x + 4) = 0$ est vraie si x = 3 ou x = -4

$x^2 - 25 = 0$ est vraie si x = 5 ou x = -5

La **solution** d'une équation est la valeur que doit prendre l'inconnue pour transformer l'équation en une égalité vraie.

2. Equations équivalentes

Deux équations sont **équivalentes** si elles admettent le même ensemble de solutions.

Principes d'équivalence ente deux égalités

1) Si on permute les deux membres d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité :

a = b est équivalent à **b = a**

2) Si on ajoute (ou si on retire) un même nombre aux deux membres d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité.

a = b est équivalent à **a + c = b + c**

3) Si on multiplie (ou si on divise) par un même nombre non nul les deux membres d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité.

$c \neq 0$, **a = b** est équivalent à **a . c = b . c**

3. Résolution

1) Principes de base

Repense à la balance de l'activité 1

1°) Tu calcules d'abord que vaut la masse des trois oranges. Pour cela, tu retranches 40 g des deux plateaux de la balance.
2°) Puis, tu calcules la masse d'une orange. Pour cela, tu divises la masse totale par 3.

Les deux membres d'une équation sont comme les deux plateaux d'une balance en équilibre.

$$3x + 40 = 700$$
$$3x + 40 - \mathbf{40} = 700 - \mathbf{40} \quad \text{(propriété 2)}$$
$$3x + 0 = 660$$
$$\frac{3x}{\mathbf{3}} = \frac{660}{\mathbf{3}} \quad \text{(propriété 3)}$$
$$x = 220$$

Pratiquement

$$3x + 40 = 700$$
$$3x = 700 - \mathbf{40}$$
$$x = \frac{660}{\mathbf{3}}$$
$$x = 220$$

Pour résoudre une équation du premier degré à une inconnue, on isole l'inconnue (généralement dans le membre de gauche).

- Pour éliminer un terme du membre d'une équation, on applique la propriété 2 des égalités.
  (tous termes qui change de membre change de signe)
- Pour éliminer le coefficient de l'inconnue, on applique la propriété 3 des égalités.
  (si on divise à gauche, on multiplie à droite. Si on multiplie à gauche, on divise à droite)

2) Equations avec parenthèses

Soit à résoudre l'équation $x + 3(x-2) = 2x - (5+3x) + 3$

Pour y arriver, tu dois ...

a) Effectuer la distributivité pour éliminer les parenthèses :

b) Utiliser la règle de suppression des parenthèses précédées d'un signe + ou d'un signe -

c) Regrouper les termes contenant l'inconnue dans un membre et les termes indépendants dans l'autre membre. (attention aux signes)

d) Calculer chaque membre

e) Trouver la valeur de l'inconnue

$$x + 3(x-2) = 2x - (5 + 3x) + 3$$
$$x + 3x - 6 = 2x - 5 - 3x + 3 \quad \text{(a et b)}$$
$$x + 3x - 2x + 3x = -5 - 3 + 6 \quad \text{(c)}$$
$$5x = -2 \quad \text{(d)}$$
$$x = -\frac{2}{5} \quad \text{(e)}$$

3) Equations avec dénominateurs

Soit à résoudre l'équation $\frac{x+2}{6}+\frac{1}{3}=2-\frac{4x-1}{4}$

Pour y arriver :

1. Tu réduis les deux membres de l'équations au même dénominateur
2. Tu supprimes ce dénominateur.
3. Tu résous l'équation

$$\frac{x+2}{6}+\frac{1}{3} = 2-\frac{4x-1}{4}$$

$$\frac{2\cdot(x+2)}{12}+\frac{4}{12} = \frac{24}{12}-\frac{3\cdot(4x-1)}{12}$$

$$2x + 4 + 4 = 24 -12x + 3$$

$$2x + 12x = 24 + 3 - 4 - 4$$

$$12x = 19$$

$$x = \frac{19}{12}$$

4) Résolution de problèmes

Marche à suivre

1) Choix de l'inconnue: choisir l'inconnue qui sera désignée par la lettre x et exprimer les autres inconnues en fonction de x.

2) Mise en équation: écrire une équation, c'est-à-dire une égalité algébrique, qui traduit l'énoncé du problème.

3) Résoudre l'équation

4) Solution (interprétation): répondre clairement à la question posée dans le problème.

5) Vérification: vérifier que la solution trouvée convient à l'énoncé du problème.